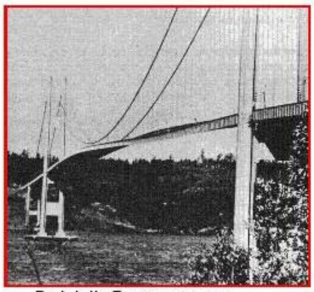
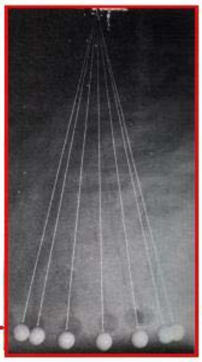
Unitatea de învăţare 7

OSCILAŢII, UNDE, ACUSTICĂ

Cuprins **Pagina**



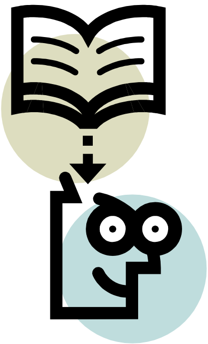
Podul din Tacoma, pe care vântul produce unde staţionare



Imaginea stroboscopică a unui pendul

Urmele undelor seismice după cutremurul din San Francisco,1906

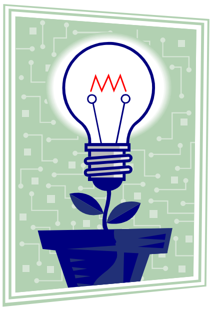
7.1. Obiectivele unităţii de învăţare 7 Oscilaţii. Unde. Acustică



Când vei termina de studiat acest capitol vei fi capabil :

- *să identifici şi să descrii cu cuvinte potrivite mişcarea oscilatorie simplă.*
- *să faci deosebirea dintre oscilaţiile armonice simple oscilaţiile forţate şi cele amortizate*
- *să descrii rezonanţa şi efectele ei*
- *să determini perioada unui pendul gravitaţional şi a unui pendul elastic*
- *să identifici şi să descrii cu cuvinte potrivite undele .*
- *să descrii producerea, recepţionarea şi calităţi le sunetelor*
- *să foloseşti cunoştinţele acumulate pentru descrierea fenomenelor oscilatorii şi a undelor din jurul tău.*

7.2. Oscilatori. Oscilaţii armonice simple



În 1581, după studiul mişcării „ de legănare” a unui candelabru în catedrala din Pisa,Galileo Galilei a descris pentru prima dată o mişcare de oscilaţie. El a făcut observaţia că mişcarea se repetă. Măsurând intervalul de timp al unei curse complete a candelabrului, a observat că acesta rămâne constant chiar dacă lungimea cursei mişcării candelabrului se micşorează lent.

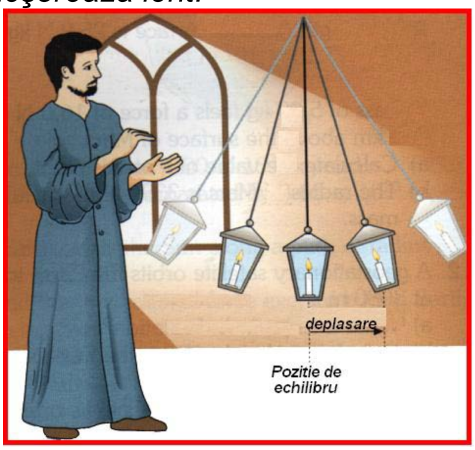


Figura 7.1 *Mişcarea descrisă de imagine este un exemplu tipic de oscilaţie.*

7.2.1. Descrierea oscilaţiilor

Ce este o oscilaţie? Sau, când vom spune că un corp sau un sistem, oscilează?

Un leagăn oscilează, o creangă în vânt oscilează, apa dintr-un vas clătinat oscilează, şi putem găsi sute de exemple de sisteme care oscilează : pendulul, coarda vibrantă, un diapazon, un pod , o clădire înaltă etc. Primul gând în realizarea unei definiţii a oscilaţiilor ar fi că sistemul, corpul care oscilează se depărtează de o poziţie iniţială pentru ca apoi să revină spre acea poziţie iniţială, şi după aceea reluând acest ciclu . Un al doilea gând ar fi că duratele mişcărilor care se repetă sunt sau trebuie să fie egale. Şi ar mai fi ideea că şi „cursa" mişcării trebuie să fie aceiaşi. Totuşi leagănul care oscilează se opreşte în cele din urmă , dacă nu este ajutat, ce a ce ne duce cu gândul că amplitudinea mişcării se modifică, scade.

Dacă am cronometra atent, am vedea şi că duratele mişcărilor diferă de la oscilaţie la oscilaţie.

Mai jos poţi urmări o trecere succintă în revistă a principalelor noţiuni cu care vei opera în această unitate de învăţare.

Sistem oscilant.

Un sistem este oscilant sau oscilează dacă după ce se depărtează de o poziţie de echilibru revine spre aceasta şi, eventual, reia mişcarea (oscilatorie).

Nu am cerut ca mişcările să fie întocmai, să se repete identic şi, prin acest „eventual", subliniem că o oscilaţie, o „oscilare", nu presupune nici măcar reînceperea unei a doua oscilaţii !!!

Elongaţie.

Depărtarea la un moment dat de la poziţia de echilibru poartă numele de elongaţie. Elongaţia, (depărtarea), trebuie considerată de a lungul drumului parcurs şi nu neapărat ca depărtare sau distanţă în sensul de la geometrie

Amplitudine.

Amplitudinea este elongaţia sau depărtarea maximă pe traiectorie, de la poziţia de echilibru. Elongaţia ca şi amplitudinea sunt definite pentru oscilaţia unidimensională, pe o singură direcţie.

Deci, distanţa între extremele oscilaţiei este de două ori amplitudinea!

Perioada.

Durata unei oscilaţii complete, (adică dus şi întors), de la poziţia de echilibru, la cele două extremităţi şi înapoi până în poziţia de echilibru, dus şi întors se numeşte perioadă. Semiperioada se mai denumeşte "oscilaţie simplă".

Este bine să exprimăm perioada ca durata mişcării de la o extremă până la revenirea în acea poziţie extremă.

Dacă duratele la care diferite poziţii ale mobilului în mişcare se repetă sunt egale, mişcarea este periodică. Matematic vorbind, înseamnă că funcţiile care descriu mişcarea sunt funcţii periodice. O funcţie periodică, *f*, având perioada *T* respectă pentru orice valoare a variabilei sale *x* relaţia

$$f(x+T)=f(x) \qquad (7.1))$$

Oscilaţie

Elongaţie
Amplitudine
Perioadă
Frecvenţă

Inversul perioadei este **frecvenţa**. De regulă, frecvenţa este notată cu litera grecească *niu* ν.

$$\nu = \frac{1}{T} \qquad (7.2)$$

Pulsaţia, marcată cu litera grecească *omega*, ω, definită ca în relaţia de mai jos, serveşte de asemenea pentru descrierea temporală a oscilaţiei.

$$\omega = 2\pi \cdot \nu = \frac{2\pi}{T} \qquad (7.3)$$

Dacă duratele care se repetă nu sunt egale mişcarea este cuasi-periodică sau în traducere liberă - aproape periodică. Dacă mişcarea se rezumă la un fragment de oscilaţie, adică nici măcar nu reuşeşte să revină în poziţia iniţială, mişcarea este aperiodică.
Între mişcarea periodică şi aperiodică există o situaţie "critică", (este o uzanţă în fizică de a denumi astfel, critic/critice, diverse "praguri" care schimbă un comportament).

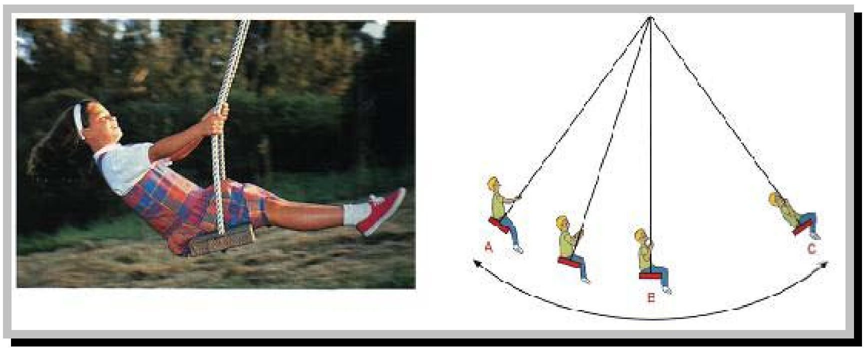


Figura 7.2 Arcele BA sau BC sunt amplitudinea oscilaţiei copilului. Arcul corespunzător oricărei alte poziţii – măsurat faţă de B- este elongaţia corespunzătoare poziţiei. Timpul în care copilul plecat din punctul A ajunge din nou în acest punct este perioada oscilaţiei

Oscilator armonic. Există nenumărate funcţii periodice care să descrie poziţia unui mobil ca funcţie de timp. În *Figura 7.3* sunt reprezentate câteva. Vei numi oscilator armonic (şi respectiv modul de a oscila, oscilaţie armonică) un sistem a cărui elongaţie urmează o lege sinusoidală.

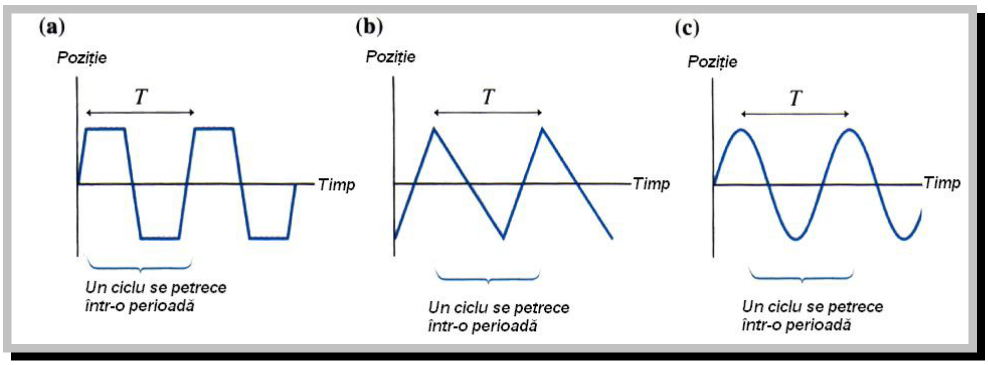


Figura 7.3 Mişcări periodice

$$x = A \cdot sin(\omega \cdot t + \varphi) \qquad (7.4)$$

adică este funcţie periodică aşa cum este funcţia sinus (sau cosinus), având perioada 2π . În expresia ω este pulsaţia, $\omega = 2\pi\nu$, ν- frecvenţa. Ansamblul

$$\omega t + \varphi \tag{7.5}$$

este numit fază, iar „unghiul" φ (marcat cu litera grecească *fi* - faza iniţială).

Deşi oscilaţia armonică nu presupune o definire naturală, de multe ori sistemele care oscilează se apropie de comportarea armonică.

Pendulul elastic, este format dintr-un corp cu masa *m* aflat la capătul unui resort, (care, desigur, este fixat la celălalt capăt) şi care poate oscila fără frecări pe orizontală.

Pendulul elastic se identifică cu oscilatorul armonic.

Esenţială pentru mişcarea oscilatorie, este existenţa în cursul mişcării a unei „forţe de revenire" , o forţă care să tindă să readucă obiectul în „centrul mişcării", poziţia pe care sistemul ar adopta-o la echilibru.

Cum forţa determină acceleraţia, specificul mişcării oscilatorii este că poziţia şi acceleraţia sunt de semne opuse.

În Figura 7.4 sunt prezentate două poziţii ale unui sistem arc – corp de masă *m* . Aşa cum se vede atât la comprimarea cât şi la întinderea arcului forţa elastică

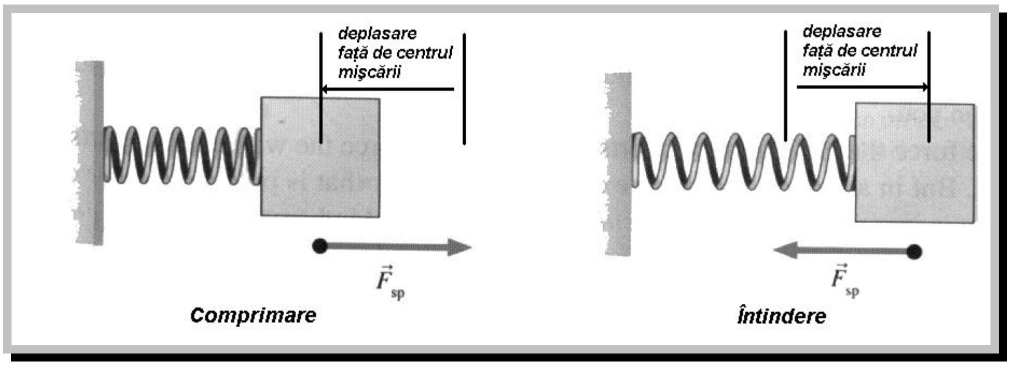


Figura 7.4 Forţa elastică, de revenire, are sensul opus direcţiei deformării.

$$\vec{F}_{sp} = -k \cdot \vec{x} \tag{7.6}$$

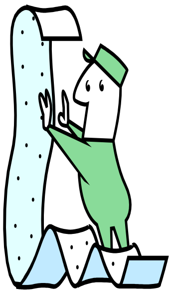
este o forţă de revenire îndreptată tot timpul spre poziţia de echilibru de sens opus direcţiei în care s-a făcut deformarea.

Dacă poziţia corpului legat de arc este descrisă de relaţia (7.4), atunci ca pentru orice altă poziţie dependentă de timp, viteza *v* sau acceleraţia *a* se obţine printr-o derivare succesivă a poziţiei în raport cu timpul adică:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = A \cdot \omega \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi) \tag{7.7}$$

$$a(t) = \frac{dv}{dx} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -A \cdot \omega^2 \cdot sin(\omega \cdot t + \varphi) \tag{7.8}$$

Aşa cum este uşor de observat, pentru cazul pendulului elastic, acceleraţia şi poziţia sunt proporţionale şi de semene opuse.



Pentru descrierea completă a mişcării pendulului elastic ai putea calcula şi **energia** mecanică a sistemului.

Energia potenţială acumulată în arc, este o energie potenţială elastică a cărei expresie este

$$E_{potentiala\,elastica}=\frac{kx^2}{2}=\frac{kA^2\sin^2(\omega t+\varphi)}{2} \qquad (7.9)$$

iar energia cinetică a corpului de masă m depinde de timp conform relaţiei

$$E_{cinetic[}=\frac{mv^2}{2}=\frac{mA^2\omega^2\cos^2(\omega t+\varphi)}{2} \qquad (7.10)$$

Energia potenţială este maximă atunci când deformaţia este maximă, la capetele cursei corpului. În aceste poziţii elongaţia este maximă şi egală cu amplitudinea. În aceleaşi puncte corpul „stă”. Viteza lui este schimbată de sens şi are valoare instantanee nulă.

Pentru capetele cursei,

$$\begin{cases} E_{potentiala\,elastica}(capatul\ cursei)=\dfrac{kA^2}{2} \\ E_{cinetica}(capatul\ cursei)=0 \end{cases} \qquad (7.11)$$

Când trece prin centrul mişcării, poziţia de echilibru a resortului nedeformat, corpul are viteza sa maximă şi deci

$$\begin{cases} E_{potentiala\,elastica}(centrul\ miscarii)=0 \\ E_{cinetica}(centrul\ miscarii)=\dfrac{mv^2_{max\,im}}{2}=\dfrac{mA^2\omega^2}{2} \end{cases} \qquad (7.12)$$

Sistemul fiind izolat, energia sa totală , suma dintre energia potenţială şi cea cinetică, se conservă.

Scriind energiile în poziţiile descrise mai sus,

$$E_{totala}(capatul\ cursei)=E_{potentiala\,elastica}(capatul\ cursei)+$$
$$+E_{cinetica}(capatul\ cursei)=\frac{kA^2}{2} \qquad (7.13)$$

$$E_{totala}(centrul\ miscarii)=E_{potentiala\,elastica}(centrul\ miscarii)+$$
$$+E_{cinetica}(centrul\ miscarii)=\frac{mv^2_{max\,im}}{2}=\frac{mA^2\omega^2}{2} \qquad (7.14)$$

şi luând în considerare conservarea energiei mecanice rezultă

$$\begin{cases} \dfrac{kA^2}{2}=\dfrac{mA^2\omega^2}{2} \\ \omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}} \end{cases} \qquad (7.15)$$

Cu o foarte mică strădanie poţi să demonstrezi că energia se conservă pentru oricare poziţie intermediară a sistemului.

$$\begin{cases} E_{totala} = E_{potentiala\,elastica} + E_{cinetica} = \dfrac{kx^2}{2} + \dfrac{mv^2}{2} = \\ E_{totala} = \dfrac{kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)}{2} + \dfrac{mA^2\omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi)}{2} = \\ E_{totala} = \dfrac{kA^2}{2} \end{cases} \qquad (7.16)$$

În *Figura 7.5* sunt prezentate corelaţiile dintre mărimile care descriu mişcarea pendulului elastic la diferite momente

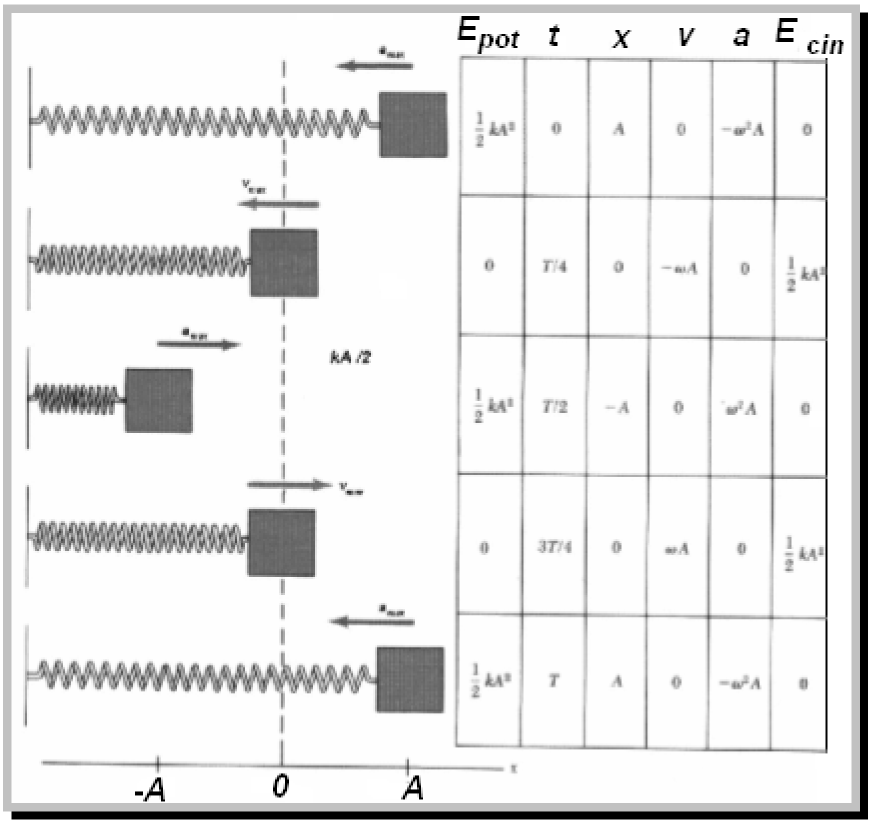


Figura 7.5

Observaţie. Studiul oscilatorului armonic şi a oscilaţiilor armonice este foarte justificat de posibilitatea – demonstrată matematic – a reprezentării oricărei funcţii, altfel decât armonică, prin o sumă de funcţii armonice, (reprezentare prin serii Fourier). O mişcare oarecare poate fi descrisă ca o sumă de oscilaţii armonice ceea ce permite folosirea tehnicilor de analiză pentru oscilaţii armonice în situaţii care la prima vedere par să nu aibă nici o legătură cu acest tip de mişcare.

Pentru că în cazul mişcării oscilatorii mărimile variază în timp, se folosesc adeseori valori medii, medii temporale, pentru toate mărimile mecanice de interes: energie cinetică, impuls, moment cinetic etc. De exemplu, se poate calcula forţa medie care acţionează asupra pendulului elastic.

$$F\,mt=\frac{\int_{\tau 1}^{\tau 2} f(t)dt}{\int_{\tau 1}^{\tau 2} dt}=\frac{1}{\Delta\tau}\cdot\int_{\tau 1}^{\tau 2} f(t)dt=\frac{1}{\Delta\tau}\cdot\int_{\tau 1}^{\tau 2} -k\cdot x(t)dt\,.$$

Pentru o perioadă

$$\begin{cases} F_{medie}=\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T -kA\sin(\omega t+\varphi)dt \\ F_{medie}=\dfrac{1}{T}\left(-\dfrac{kA}{\omega}\cos(\omega t+\varphi)\right)\Bigg|_0^T \\ F_{medie}=-\dfrac{kA}{\omega T}\left(\cos(\omega T+\varphi)-\cos\varphi\right) \\ F_{medie}=-\dfrac{kA}{\omega T}\left(\cos(2\pi+\varphi)-\cos\varphi\right)=0 \end{cases} \qquad (7.17)$$

7.2.2. Mişcarea armonică simplă

Dacă asupra unui punct material acţionează o forţă de tip elastic, F = –kx), principiul doi al dinamicii permite să scriem

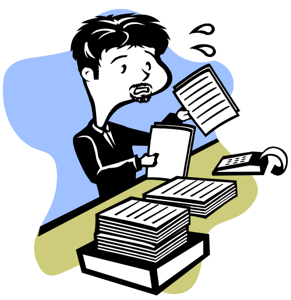
$$\begin{cases} F=ma \\ -kx=ma \\ a+\dfrac{k}{m}x=0 \end{cases} \qquad (7.18)$$

Scrisă sub forma

$$\ddot{x}+\omega^2 x=0 \qquad (7.19)$$

ultima relaţie din (7.18) este cunoscută sub denumirea de „ecuaţia oscilatorului armonic”. Soluţia evidentă a ecuaţiei este poziţia dată de ecuaţia (7.4). Esenţial, soluţia ecuaţiei oscilatorului este descrisă de două constante : amplitudinea *A* şi faza iniţială φ. Valorile celor doi parametri ai soluţiei sunt fixate de datele iniţiale ale problemei.

Un alt tip de mişcare armonică simplă este mişcarea pendulului



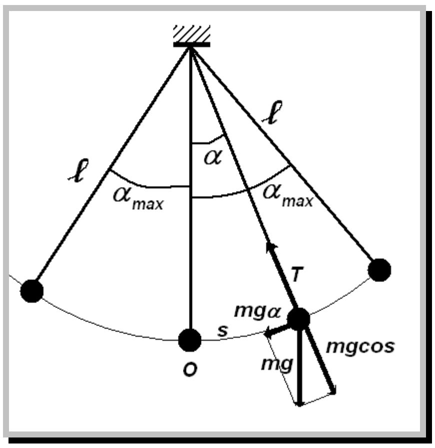
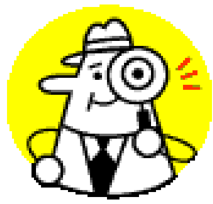


Figura 7.6 Pendulul gravitaţional



gravitaţional – pendulul matematic simplu – aşa cum este el prezentat în figura de mai jos. El este alcătuit dintr-un fir inextensibil cu lungimea ℓ,legat fix la unul din capete şi care are la celălalt capăt un corp mic, greu, cu greutatea *mg* În câmp gravitaţional, dacă i se aplică un mic impuls, ansamblul oscilează armonic.

Asupra corpului acţionează greutatea şi tensiunea din fir. Componenta „de-a lungul firului” a greutăţii îşi anulează efectul datorită tensiunii din fir. Rămâne să acţioneze asupra corpului componenta „perpendiculară pe fir” a greutăţii, componentă care, se scrie (pentru unghiuri suficient de mici pentru ca $sin\,\alpha \approx \alpha$) sub forma

$$F_{\perp} = m \cdot g \cdot sin\,\alpha = m \cdot g \cdot \alpha \qquad (7.20)$$

Forţa descrisă de relaţia (7.20) are caracterul unei forţe de revenire deoarece este proporţională cu deplasarea faţă de centrul mişcării şi îndreptată către acest centru. Lungimea *s* a arcului descris pe traiectorie de corp este

$$s = \ell \cdot \alpha \qquad (7.21)$$

astfel că acceleraţia tangenţială a corpului se poate scrie

$$a = \ddot{s} = \ell \cdot \ddot{\alpha} \qquad (7.22)$$

Legea a doua a dinamicii se scrie pentru situaţia analizată

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a} \qquad (7.23)$$

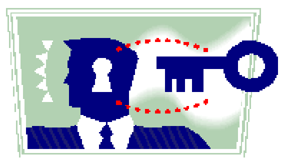
sau, pentru componenta de interes , de-a lungul traiectoriei

$$\begin{cases} ma = -mg\alpha \\ a + g\alpha = 0 \\ \ddot{\alpha} + \dfrac{g}{\ell}\alpha = 0 \end{cases} \qquad (7.24)$$

Comparând ultima relaţie din (8.24) cu relaţia (7.19) rezultă că unghiul făcut de fir cu verticala este o mărime care oscilează armonic cu pulsaţia

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \qquad (7.25)$$

Perioada pendulului elastic	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$
Perioada pendulului gravitaţional	$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$



7.2.2.1. Determinarea parametrilor oscilaţiei armonice simple din condiţiile iniţiale

Încearcă să descrii mişcarea pendulului elastic dacă la momentul iniţial corpului aflat în origine i se imprimă viteza iniţială v_0. Din relaţiile (7.4) şi (7.7) rezultă

$$\begin{cases} x(0) = A\sin\varphi = 0 \\ \dot{x}(0) = A\omega\cos\varphi = v_0 \end{cases} \tag{7.26}$$

Din prima relaţiile din ansamblul de mai sus rezultă $\varphi = 0$ şi deci

$$A = \frac{v_0}{\omega} \tag{7.27}$$

Mişcarea pendulului elastic, aşa cum este ea determinată de condiţiile iniţiale, se desfăşoară după legile

$$\begin{cases} x(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t) \\ v(t) = \dot{x} = v_0\cos(\omega t) \\ a(t) = \ddot{x}(t) = -v_0\omega\sin(\omega t) \end{cases} \tag{7.28}$$

Dacă la momentul iniţial pendulului elastic se află în repaus la distanţa x_0 de poziţia de echilibru, relaţiile /7.4) şi (7.7) conduc la

$$\begin{cases} x(0) = A\sin\varphi = x_0 \\ \dot{x}(0) = A\omega\cos\varphi = 0 \end{cases} \tag{7.29}$$

Relaţia a doua din ansamblul de mai sus conduce la

$$\begin{cases} \cos\varphi = 0 \\ \varphi = \frac{\pi}{2} \end{cases} \tag{7.30}$$

şi în consecinţă,

$$A = x_0 \tag{7.31}$$

Mişcarea pendulului elastic, aşa cum este ea determinată de noile condiţiile iniţiale, se desfăşoară după legile

$$\begin{cases} x(t) = x_0\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ v(t) = \dot{x} = x_0\cdot\omega\cdot\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ a(t) = \ddot{x}(t) = -x_0\cdot\omega^2\cdot\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \tag{7.32}$$

7.2.3. Mişcarea armonică

Mişcare rămâne armonică (dar nu simplă armonică) şi atunci când asupra corpului nu acţionează numai o forţă elastică ci şi o forţă constantă sau . de exemplu – o forţă proporţională cu viteza. Aceasta este situaţia unui corp suspendat pe verticală de un resort, supus acţiunii greutăţii (constante) şi unei forţe de rezistenţă la deplasarea prin aer(forţă Stokes). Forţele de rezistenţă, de tip Stokes, proporţionale cu viteza, şi având sensul opus vitezei de deplasare se scriu

$$F_{Stokes} = -r \cdot v \qquad (7.33)$$

Poţi scrie ecuaţia de mişcare pentru sistemul din figura de mai jos – folosind notaţii evidente sub formele succesive

$$\begin{cases} ma = -kx - kv + mg \\ \ddot{x} + \dfrac{r}{m}\dot{x} + \dfrac{k}{m}x = g \\ \ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2 x = g \end{cases} \qquad (7.34)$$

Oscilatorul armonic simplu oscilând pe orizontală apare pentru $\gamma = 0, g = 0$ iar pentru oscilaţia pe verticală - $\gamma = 0$.

Rezolvarea presupune fie calea matematică de rezolvare a acestui tip de ecuaţie diferenţială, fie o cale intuitivă, şi anume să găseşti acea soluţie care, derivată (o dată, respectiv de două ori) şi înlocuită în expresie, să satisfacă ecuaţia ultimă din (7.34). Rezolvarea acestei ecuaţii presupune găsirea soluţiei generale a ecuaţiei omogene care i se poate ataşa.

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2 x = 0 \qquad (7.35)$$

Soluţia generală a ecuaţiei de oscilaţie este suma dintre soluţia generală a ecuaţiei omogene şi o soluţie particulară a ecuaţiei neomogene.

Ecuaţia (7.35) este o ecuaţie diferenţială de ordinul doi, omogenă, cu coeficienţi constanţi, care admite ca soluţie o exponenţială depinzând de parametrul *p*

$$x(t) = Ae^{p \cdot t} \qquad (7.36)$$

Evident,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ape^{p \cdot t} \\ \ddot{x}(t) = Ap^2 e^{p \cdot t} \end{cases} \qquad (7.37)$$

şi ţinând seama de relaţia (7.35) rezultă că *p* trebuie să satisfacă ecuaţia (numită ecuaţie caracteristică)

$$p^2 + \gamma p + \omega^2 = 0 \qquad (7.38)$$

Ecuaţia (7.38) are soluţiile

$$p_{1,2} = \frac{-\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4\omega^2}}{2} \qquad (7.39)$$

astfel că putem admite că soluţia (7.36) are de fapt forma unei sume a celor două soluţii posibile adică

$$x(t) = A_1 e^{\frac{-\gamma+\sqrt{\gamma^2-4\omega^2}}{2}t} + A_2 e^{\frac{-\gamma-\sqrt{\gamma^2-4\omega^2}}{2}t} \qquad (7.40)$$

Expresia (7.40) este evident „neprietenoasă” dar sensul său poate fi uşor revelat analizând câteva situaţii particulare.
Dacă nu există frânare a oscilatorului, adică dacă $\gamma = 0$, soluţia de mai sus se scrie (i este unitatea imaginară, $i = \sqrt{-1}$)

$$x(t) = A_1 e^{i\cdot\omega\cdot t} + A_2 e^{-i\cdot\omega\cdot t} \qquad (7.41)$$

Aşa cum probabil îţi aminteşti de la cursul de matematică, exponenţialele imaginare sunt corelate cu funcţiile trigonometrice elementare prin relaţiile Euler

$$\begin{cases} \sin x = \dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} \\ \cos x = \dfrac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} \end{cases} \qquad (7.42)$$

respectiv

$$\begin{cases} e^{ix} = \cos x + i \sin x \\ e^{-ix} = \cos x - i \sin x \end{cases} \qquad (7.43)$$

Ţinând cont de relaţiile Euler şi de faptul că A_1, A_2 sunt nişte constante încă nedeterminate soluţia (7.41) se scrie

$$\begin{cases} x(t) = C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t \\ x(t) = C_2\left(\dfrac{C_1}{C_2}\cos\omega t + \sin\omega t\right) \\ x(t) = C_2\left(tg\varphi \cdot \cos\omega t + \sin\omega t\right) \\ x(t) = \dfrac{C_2}{\cos\varphi}\left(\sin(\omega t + \varphi)\right) \\ x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) \end{cases} \qquad (7.44)$$

Ultima relaţie din (7.44) ne indică faptul că, trebuie să corelăm exponenţiala imaginară parte a soluţiei (7.40) de comportamentul oscilator. Exponenţiala reală, cu exponent negativ, exprimă evident o diminuare a amplitudinii oscilaţiei.
Prin manipulări matematice simple poţi arăta că soluţia generală a ecuaţiei (7.35) se scrie

$$\begin{cases} x(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t}\left(\sin(\omega' t + \varphi)\right) \\ \omega' = \sqrt{\omega^2 - \gamma^2 / 4} \end{cases} \qquad (7.45)$$

Reprezentând o oscilaţie cu amplitudine variabilă, modulată de pre exponenţiala reală $e^{-\gamma t/2}$ care determină scăderea amplitudinii.
În lipsa completă a frânării, pentru $y = 0$ este regăsită oscilaţia armonică simplă a pendulului elastic sau a pendulului gravitaţional.
Trebuie să-ţi reaminteşti ca la studierea oscilaţiilor pendulului gravitaţional ai plecat de la condiţia oscilaţiilor de foarte mică amplitudine pentru care $\sin\alpha \approx \alpha$ ceea ce revine la a cere ca unghiul α să fi de maxim 5^o. Dacă această condiţie nu este satisfăcută, forţa de revenire nu ,ai este „elastică" ci are modulul $mg\sin\alpha$ - ca în figura de mai jos

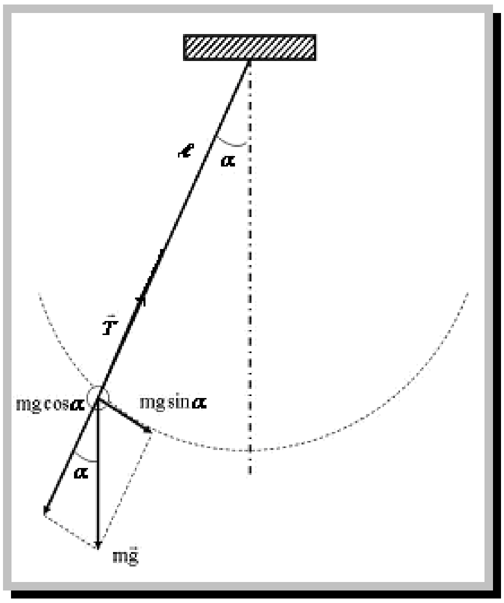


Figura 7.7

Pentru acest caz, la amplitudini unghiulare mai mari perioada pendulului are expresia

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{2^2}\sin^2\frac{\alpha_{max}}{2} + \frac{1}{2^2}\frac{3^2}{4^2}\sin^4\frac{\alpha_{max}}{2} + \cdots\right) \qquad (7.46)$$

Dacă frecvenţa (sau perioada) de oscilaţie nu depinde de amplitudine oscilaţiile se numesc **izocrone**, de aceeaşi durată.
Încercă să calculezi (folosind relaţia (7.46)) perioadele pentru amplitudini variind din grad în grad de la 1^0 la 6^0 . Vei constata că, practic, oscilaţiile rămân izocrone. Pentru unghiuri mai mari apar diferenţe astfel că pentru 15^0 perioada creşte la valoarea

$$\begin{cases} T = 1{,}005T_{izocron} \\ T_{izocron} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \end{cases} \qquad (7.47)$$

. Apare deci o diferenţă de o perioadă la 200 de oscilaţii – evident dacă reuşim să menţinem amplitudinea la 15^o.

7.2.4. Exerciţii

1. Încearcă să regăseşti ecuaţia pendulului gravitaţional şi perioada acestuia corelând momentului *M* care acţionează asupra corpului cu momentul de inerţie *J,* al acestuia respectiv cu acceleraţia sa unghiulară ε printr-o relaţie de tipul

$$J\varepsilon = M \qquad (7.48)$$

Soluţie propusă

Pentru pendulul simplu, pendulul matematic momentul forţei care acţionează asupra corpului suspendat este

$$M_a = -mgl\sin\alpha\,, \qquad (7.49)$$

astfel că o relaţie de tipul

$$I\varepsilon = -mgl\sin\alpha\,, \qquad (7.50)$$

momentul de inerţie **I**, al punctului material aflat la capătul firului, l fiind, aşa cum este cunoscut

$$I = ml^2 \qquad (7.51)$$

rezultă

$$ml^2\ddot{\alpha} + mgl\sin\alpha = 0 \qquad (7.52)$$

adică aceiaşi ecuaţie de oscilator ca şi în expresia (7.24).

2.Încearcă să găseşti ecuaţia de oscilaţie pentru pendulul fizic (pendulul compus) care este constituit de orice corp cu posibilitatea să oscileze în jurul unei axe fixe, de obicei orizontală. Determină şi perioada oscilaţiei dacă momentul de inerţie al obiectului faţă de axa de oscilaţie este *I*.

Soluţie propusă

Scriind momentul forţei de greutate care determină mişcarea corpului şi ecuaţia variaţiei momentului cinetic rezultă

$$I\varepsilon = -mgl_{CM}\sin\alpha \qquad (7.53)$$

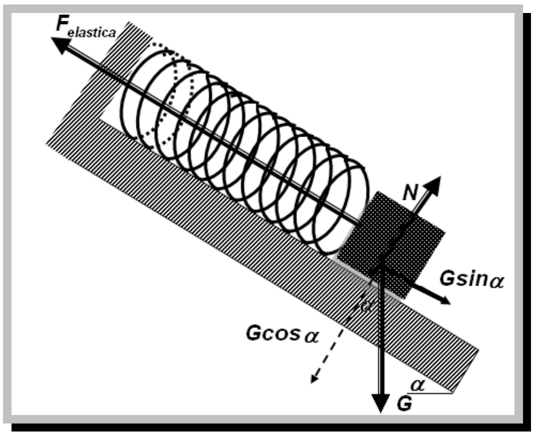
deci:

$$\ddot{\alpha} + \frac{mgl_{CM}}{I}\sin\alpha = 0 \qquad (7.54)$$

astfel că pentru mici oscilaţii,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl_{CM}}} \qquad (7.55)$$

3. Încearcă să găseşti ecuaţia de oscilaţie şi perioada unui pendul elastic pe un plan înclinat.



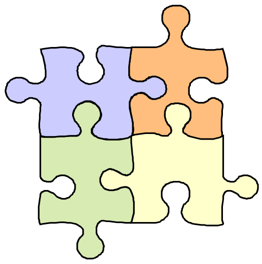


Figura 7.8

Soluţie propusă

Ecuaţia de mişcare pentru un resort oscilând pe un plan înclinat se scrie:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -kx + mg\sin\alpha \\ \ddot{x} + \dfrac{k}{m}x = g\sin\alpha \end{cases} \qquad (7.56)$$

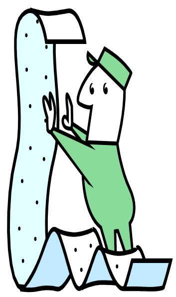
O soluţie particulară a ecuaţiei diferenţiale cu coeficienţi constanţi care apare în (7.56) este constanta dată de

$$x_{particular}(t) = \frac{mg}{k}\sin\alpha \qquad (7.57)$$

Conform principiului deja enunţat mai sus, soluţia generală a ecuaţiei diferenţiale neomogene(cu termen liber) este suma dintre soluţia generală a ecuaţiei omogene (fără termen liber, $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$) i o soluţie particulară a ecuaţiei neomogene. Ţinând seama de afirmaţie de mai sus, poţi scrie soluţia generală a ecuaţiei de oscilaţie a pendulului elastic sub forma

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) + \frac{mg}{k}\sin\alpha \qquad (7.58)$$

Expresia descrie o oscilaţie care se petrece în jurul unei noi poziţii de echilibru, definită de alungirea $\frac{mg}{k}\sin\alpha$ datorată deformării resortului în câmp gravitaţional. Dacă resortul aflat pe planul înclinat ar fi adus foarte lent în starea în care de el este atârnat corpul de masă *m* poziţia de echilibru a sistemului ar fi una în care resortul ar fi alungit cu $\frac{mg}{k}\sin\alpha$. Oscilaţia pendulului elastic în jurul acestei poziţii de echilibru se face cu pulsaţia $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ identică celei de la oscilaţia pe orizontală.



De altfel, cu notaţia

$$\begin{cases} -\dfrac{k}{m}y = -\dfrac{k}{m}x + g\sin\alpha \\ \ddot{y} = \ddot{x} \end{cases},$$

ecuaţia ultimă din (7.56) devine:

$$\ddot{y} + \frac{k}{m}y = 0,$$

relaţie formal identică celei care descrie pendulul elastic orizontal.
Deducerea ecuaţiilor care caracterizează oscilaţiile pendulului elastic, pentru diferite situaţii arată că modul de oscilare şi perioada de oscilaţie nu depind de faptul că pendulul este pe o suprafaţă înclinată că este orizontal sau vertical.

7.3. *Oscilaţii amortizate*

Dacă r≠0, adică dacă există o rezistenţă la deplasarea în mediul respectiv şi deci şi o pierdere de energie, atunci amplitudinea scade.
Rescriind ecuaţia oscilaţiei în acest caz sub forma

$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (7.59)$$

în care se foloseşte notaţia oarecum tradiţională

$$2b = \frac{r}{m} \qquad (7.60)$$

soluţia (7.45) se poate rescrie

$$\begin{cases} x = A_0 e^{-bt}\cos(\omega' t + \alpha) \\ \omega' = \sqrt{\omega_0^2 - b^2} \end{cases}, \qquad (7.61)$$

A, amplitudinea, este, acum variabilă şi are expresia

$$A = A_0 e^{-bt} \equiv A_0 e^{-\frac{r}{2m}t} \qquad (7.62)$$

scăzând după o lege exponenţială;i observă că pentru două oscilaţii succesive, la interval de o perioadă (pseudo-perioadă):

$$\frac{x(t)}{x(t+T')} = \frac{A_0 e^{-bt}\cos(\omega' t + \alpha)}{A_0 e^{-bt} e^{-bT'}\cos(\omega' t + \omega' T' + \alpha)} = e^{bT'} \qquad (7.63)$$

$$D = bT' \qquad (7.64)$$

este numit decrementul logaritmic iar timpului

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} \qquad (7.65)$$

i se spune pseudo-perioadă (iar lui ω' pseudo-pulsaţie). Evident

$$D = \frac{1}{n} \ln \frac{x(t)}{x(t + nT')} \qquad (7.66)$$

Dacă

$$\begin{cases} b << \omega' \\ T \approx T' \end{cases} \qquad (7.67)$$

$$D = bT = \frac{2\pi}{\omega} b = \frac{2\pi r}{2m\sqrt{\frac{k}{m}}} = \frac{\pi \cdot r}{\sqrt{mk}} << 1 \qquad (7.68)$$

elongaţiile şi respectiv amplitudinile evoluând după un grafic de tipul celui de mai jos

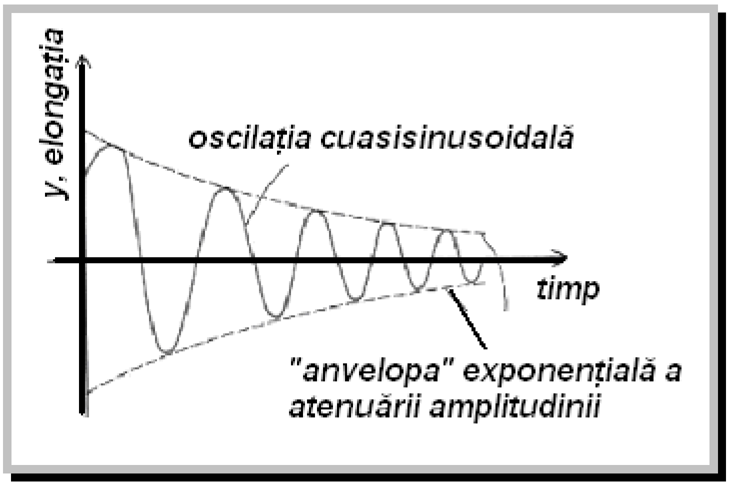
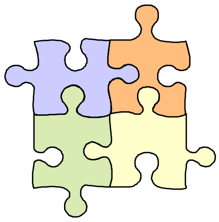


Figura 7.9



Energia totală a oscilatorului amortizat *dependentă de timp,* este

$$\begin{cases} E_T = E_{cin} + E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 \\ E_T = \frac{1}{2}m\omega'^2 A^2 = \frac{1}{2}m\omega'^2 A_0^2 e^{-2bt} = E_0 e^{-2bt} \end{cases} \qquad (7.69)$$

Această energie rămâne constantă numai în absenţa disipării adică numai dacă $b = 0$.

În discuţiile referitoare la tipul mişcării rezultate din integrarea unei ecuaţii de mişcare de tipul (7.59) a rămas neatinsă situaţia în care $\omega^2 - b^2 = 0$ adică situaţia în care ecuaţia caracteristică de tipul (7.38) are soluţie dublă. În conformitate cu teoria ecuaţiilor diferenţiale, în această situaţie (numită uneori situaţie de degenerare), $\omega'=0$,

$$\omega_0^2 = b^2 \Rightarrow \frac{k}{m} = \left(\frac{r}{2m}\right)^2 \qquad (7.70)$$

şi soluţia ecuaţiei diferenţiale (expresia care dă poziţia în funcţie de timp)se scrie:

$$\begin{cases} x = (C_1 \cdot t + C_2)e^{-\frac{t}{\tau}}, \\ \tau = \dfrac{1}{b} \end{cases} \qquad (7.71)$$

Un alt caz care trebuie detaliat puţin este acela al soluţiilor $p_{1,2}$ ale ecuaţiei (7.38) reale. În acest caz soluţia conţine numai exponenţiale reale şi are forma

$$x(t) = e^{-bt}\left(C_1 e^{\sqrt{b^2-\omega^2}\cdot t} + C_2 e^{-\sqrt{b^2-\omega^2}\cdot t}\right) \qquad (7.72)$$

Această soluţie nu reprezintă o oscilaţie.
Dacă forţa de rezistenţă depinde de altă putere a vitezei decât puterea întâia ecuaţia

$$m\ddot{x} = -kx - r * v^2 \qquad (7.73)$$

nu mai este accesibilă o soluţie analitică dar se poate rezolva numeric, utilizând calculatorul.

7.4. Oscilaţii forţate sau oscilaţii întreţinute

Dacă vrem să ajutăm pe cel care se dă în leagăn, e bine să ne decidem să intervenim la momentul potrivit, adică în fază. Este evident că nu putem „întări" o oscilaţie acţionând cu o excitare periodică de perioadă foarte diferită de perioada sa. Dacă alegem o forţă periodică, $F_0 \cos \Omega \cdot t$ care să compenseze (prin lucrul mecanic efectuat) pierderile de energie (o mişcare ideală nu are nevoie de ajutor - pentru că nu pierde energie), ecuaţia de mişcare se scrie

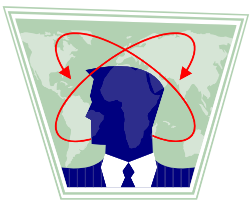
$$\begin{cases} m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \Omega \cdot t \\ m\ddot{x} + kx + r\dot{x} = F_0 \cos \Omega \cdot t \end{cases} \qquad (7.74)$$

pentru care încercăm soluţia:

$$x(t) = B\cos(\Omega \cdot t + \beta) \qquad (7.75)$$

pentru care

$$\begin{cases} \dot{x} = -\Omega \cdot B\sin(\Omega \cdot t + \beta) = \Omega \cdot B\cos\left(\Omega \cdot t + \beta + \dfrac{\pi}{2}\right) \\ \ddot{x} = -\Omega^2 \cdot B\cos(\Omega \cdot t + \beta) \end{cases} \qquad (7.76)$$



Ecuaţia (7.74) devine astfel

$$-\Omega^2 B\cos(\Omega \cdot t + \beta) + 2b\Omega B\cos\left(\Omega \cdot t + \beta + \frac{\pi}{2}\right) + \\ + \omega_0^2 B\cos(\Omega \cdot t + \beta) = \frac{F_0}{m}\cos(\Omega \cdot t + \beta) \qquad (7.77)$$

sau

$$\left(-\Omega^2 B+\omega_0^2 B-\frac{F_0}{m}\cos\beta\right)\cos(\Omega\cdot t+\beta)+ \\ +\left(-2b\Omega B-\frac{F_0}{m}\sin\beta\right)\sin(\Omega\cdot t+\beta)=0 \qquad (7.78)$$

Întrucât $cos(\Omega\cdot t+\beta)$, $sin(\Omega\cdot t+\beta)$ sunt funcţii linear independente, relaţia de mai sus are loc numai dacă

$$\begin{cases} B\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)=\dfrac{F_0}{m}\cos\beta \\ B(-2b\Omega)=\dfrac{F_0}{m}\sin\beta \end{cases} \qquad (7.79)$$

şi prin urmare

$$tg\beta=-\frac{2b\Omega}{\omega_0^2-\Omega^2} \qquad (7.80)$$

$$B=\frac{\dfrac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)^2+4b^2\Omega^2}} \qquad (7.81)$$

Ţinând cont de (7.79) şi (7.1) soluţia generală a oscilaţiei „forţate” de sursa exterioară este

$$x(t)=\frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)^2+4b^2\Omega^2}}\cos\left(\Omega\cdot t+arctg\frac{r}{\Omega\cdot m-k/\Omega}\right) \qquad (7.82)$$

Astfel că soluţia generală completă este dată de suprapunerea oscilaţiilor proprii şi a oscilaţiilor forţate adică

$$x(t)=A_0e^{-bt}\cos(\omega' t+\alpha)+B\cos(\Omega\cdot t+\beta) \qquad (7.83)$$

Intervalul de timp când există atât oscilaţiile proprii cât şi oscilaţiile forţate, numit regim tranzitoriu, este finit; datorită amortizării oscilaţiile proprii devin neglijabile după un timp

$$\tau=\frac{1}{b} \qquad (7.84)$$

(În acest interval de timp amplitudinea oscilaţiilor proprii se diminuează de *e* ori)

După stingerea oscilaţiilor proprii în sistem rămân numai oscilaţiile forţate de sursa exterioară.

7.5. *Rezonanţa*

În funcţie de frecvenţa de excitare Ω, amplitudinea *B* poate varia. Maximul său apare dacă

$$\frac{d}{d\left(\Omega^2\right)}\left[\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)^2+4b^2\Omega^2\right]=0 \qquad (7.85)$$

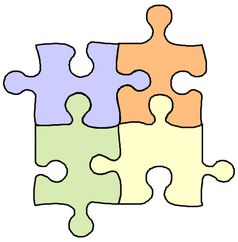
adică pentru

$$-2\left(\omega_0^2-\Omega^2\right)+4b^2=0 \qquad (7.86)$$

de unde rezultă că amplitudinea este maximă pentru

$$\Omega^2=\omega_0^2-2b^2\equiv\omega''^2. \qquad (7.87)$$

Situaţia amplitudinii maxime a oscilaţiei forţate este numită „rezonanţa elongaţiilor”. Curbele prezentate în Figura 7.10 se numesc curbe de rezonanţă. Cu cât curbele dependenţei de frecvenţă a amplitudinii (având atenuarea ca parametru) sunt mai înalte cu atât sunt mai ascuţite.



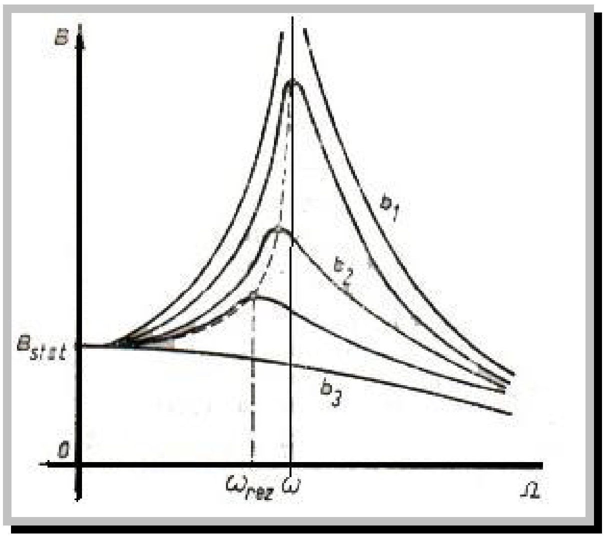


Figura 7.10

Valoarea maximă a amplitudinii are expresia

$$B_{max}=\frac{F_0}{2mb\omega'} \qquad (7.88)$$

Este interesant de comparat această amplitudine „de rezonanţă” cu elongaţia statică B_{static} produsă de forţa F_0. Raportul

$$\frac{B_{max\,(rezonant)}}{B_{static}}=\frac{F_0k}{2bm\omega' F_0}=\frac{\omega_0^2}{2b\omega'} \qquad (7.89)$$

poate fi enorm în anumite condiţii pentru că *b* este de regulă puternic subunitar iar $\omega\approx\omega'$;acest raport mai poartă numele de factor de calitate Q,

$$Q = \frac{B_{max}}{B_{static}} \qquad (7.90)$$

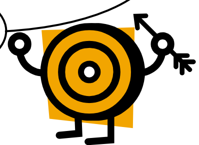
Deoarece amplitudinea în apropierea rezonanţei poate fi foarte mare, rezultă că uneori, ducerea la rezonanţă a sistemului poate duce la distrugerea acestuia.

În 1860 la Auger, în Franţa, un pod s-a prăbuşit după ce a intrat în oscilaţii la rezonanţă, ca urmare a marşului unei trupe de soldaţi. De la acest accident, soldaţii care mărşăluiesc pe poduri sunt lăsaţi în pas "de voie" pentru ca tropăitul aleatoriu să evite fenomene la rezonanţă. În 1940 un pod a intrat în oscilaţii de torsiune datorită vântului (autooscilaţii), şi s-a rupt, în SUA, la Tacoma Bay.

7.6. Compunerea oscilaţiilor armonice.

Specificul descrierii oscilaţiilor este că pentru caracterizarea lor sunt necesare două cantităţi: amplitudinea şi faza.
Orice tratament matematic apt să manevreze simultan aceste două caracteristici este util pentru descrierea şi operarea (compunerea) oscilaţiilor.
Imaginează-ţi situaţia în care, pe un vagon care oscilează pe orizontală se află un alt vagon, mai mic, aflat de asemenea în oscilaţie pe o direcţie paralelă cu direcţia de oscilaţie a vagonului. Şi imaginează-ţi că pe vagonetul mic stai tu. Nu este interesant să compari oscilaţii cu perioade foarte diferite. Restrângând problema, imaginează-ţi că ai de comparat oscilaţii cu perioade identice – dar cu faze iniţiale diferite. Evident că dacă amplitudinile şi fazele celor două oscilaţii sunt diferite, rezultatele sunt foarte diferite. Dacă – de exemplu – amplitudinile mişcării vagonului şi vagonetului sunt identice, să zicem 1metru – dar oscilaţiile se fac în opoziţie de fază (unul pleacă într-o direcţie şi celălalt în direcţia opusă) tu rămâi pe loc faţă de Pământ . Transporturile pe care ţi le fac vagonul şi vagonetul sunt de lungimi egale dar pe direcţii diferite şi se anulează reciproc. Dacă însă vagonul şi vagonetul se deplasează în fază „transporturile” pe care ţi le asigură vagonul şi vagonetul se sumează iar tu vei oscila cu amplitudine de doi metri.

Reaminteşte-ţi!
$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$
$A\cdot\sin x + B\cos x \equiv 0$ pentru orice x numai dacă
A=0 şi B=0



Consideră două oscilaţii pentru care poziţiile depind de timp după legile

$$x_1(t) = A_1\sin(\omega t+\varphi_1) = (A_1\cos\varphi_1)\sin\omega t + (A_1\sin\varphi_1)\cos\omega t \qquad (7.91)$$

$$x_2(t) = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = (A_2 \cos\varphi_2)\sin\omega t + (A_2 \sin\varphi_2)\cos\omega t \qquad (7.92)$$

Dacă cele două oscilaţii se compun (ca în exemplul de mai sus) rezultatul trebuie să fie o oscilaţie cu aceeaşi perioadă dar cu amplitudine şi fază diferite

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi) = (A\cos\varphi)\sin\omega t + (A\sin\varphi)\cos\omega t \qquad (7.93)$$

Evident, pentru oscilaţia rezultantă trebui ca la oricare moment *t*

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \qquad (7.94)$$

ceea ce revine la

$$\begin{aligned} &(A\cos\varphi)\sin\omega t + (A\sin\varphi)\cos\omega t = \\ &(A_1\cos\varphi_1)\sin\omega t + (A_1\sin\varphi_1)\cos\omega t + \\ &(A_2\cos\varphi_2)\sin\omega t + (A_2\sin\varphi_2)\cos\omega t \end{aligned} \qquad (7.95)$$

adică

$$\begin{aligned} &(A\cos\varphi - A_1\cos\varphi_1 - A_2\cos\varphi_2)\sin\omega t + \\ &(A\sin\varphi - A_1\sin\varphi_1 - A_2\sin\varphi_2)\cos\omega t = 0 \end{aligned} \qquad (7.96)$$

Deoarece ωt poate lua orice valoare, relaţia (7.96) conduce la

$$\begin{cases} A\cos\varphi - A_1\cos\varphi_1 - A_2\cos\varphi_2 = 0 \\ A\sin\varphi - A_1\sin\varphi_1 - A_2\sin\varphi_2 = 0 \end{cases} \qquad (7.97)$$

Dar dacă asociem fiecărei oscilaţii un fazor (un vector) cu lungimea egală cu amplitudinea oscilaţiei şi cu unghiul de înclinare faţă de orizontală egal cu faza iniţială a oscilaţiei, corespondenţa dintre oscilaţie şi fazor este bijectivă – *Figura 7.11*.

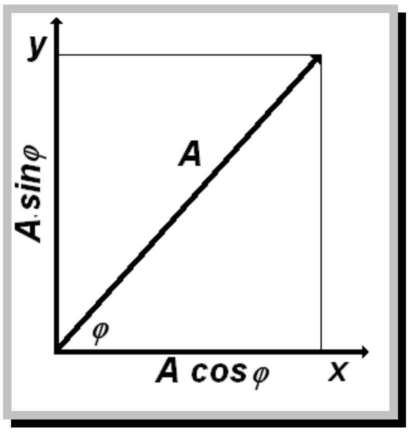


Figura 7.11

Mai mult, compunând cu regula de compunere vectorială (regula triunghiului) fazorii corespunzători oscilaţiilor (7.91)şi (7.92), rezultă un fazor care corespunde reprezentarea de mai jos ne arată că vectorul, (fazorul) rezultant, desenat cu linie dublă, corespunde , ţinând seama de relaţiile (7.97), oscilaţiei (7.93). Afirmaţiile de mai sus sunt ilustrate de Figura 7.12.

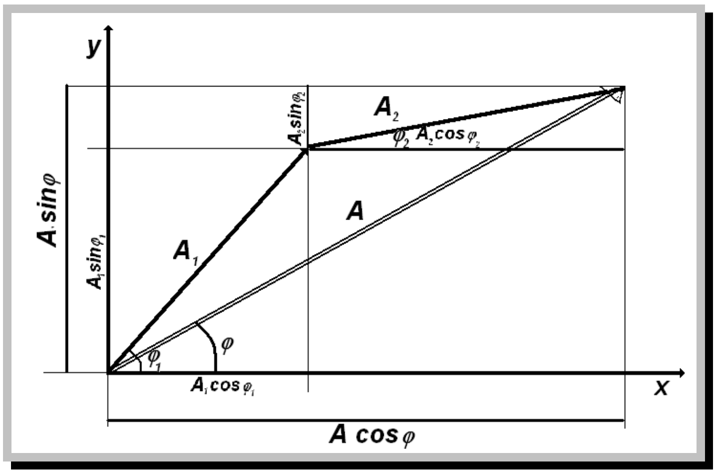


Figura 7.12

Pentru mai multe oscilaţii relaţia (7.97) se scrie

$$\begin{cases} A\cos\alpha + B\cos\beta + C\cos\chi + D\cos\delta = R\cos\rho \\ A\sin\alpha + B\sin\beta + C\sin\chi + D\sin\delta = R\cos\rho \end{cases} \qquad (7.98)$$

Aşa cum rezultă din Figura 7.13, procedura de găsire a unei oscilaţii rezultate din compunerea mai multor oscilaţii **de frecvenţe egale** este echivalentă cu sumarea vectorială a fazorilor ataşaţi şi pentru mai multe oscilaţii.

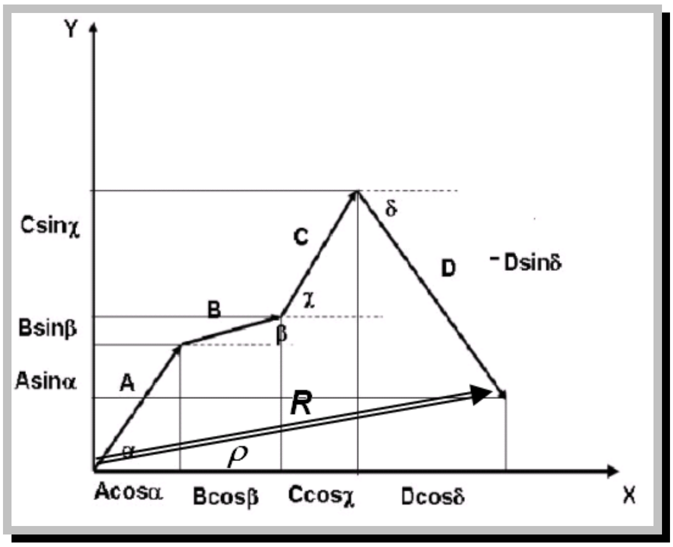
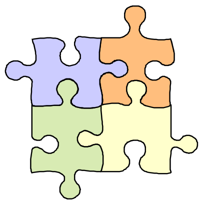
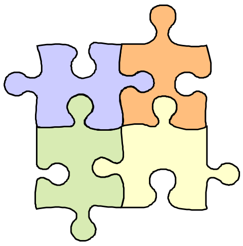


Figura 7.13



Aşa cum ştii, şi numerele complexe sunt apte să poarte prin partea lor reală respectiv imaginară, două informaţii „care nu se amestecă”.
Între numerele complexe şi vectori există o legătură pe care imaginea din Figura 7.14 o ilustrează



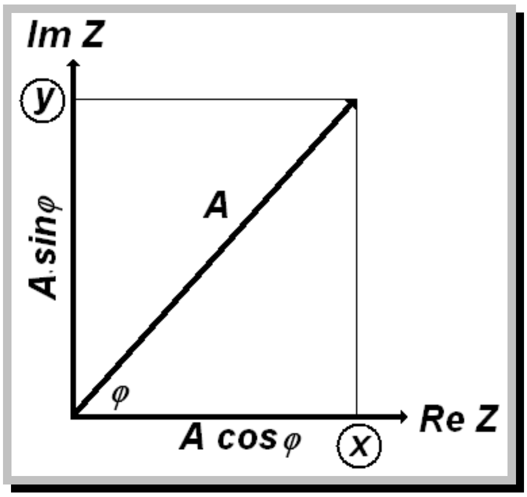


Figura 7.14

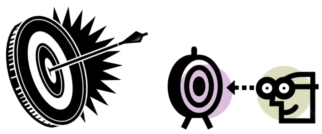
Un număr complex Z se poate scrie

$$\begin{cases} Z = \mathrm{Re}\,Z + i\cdot \mathrm{Im}\,Z = x + iy \\ Z = A\cos\varphi + i\cdot A\sin\varphi \end{cases} \qquad (7.99)$$

Un vector de lungime A şi înclinat cu unghiul φ faţă de Ox are proiecţia pe Ox identică părţii reale a numărului complex de modul A şi argument φ ; proiecţia pe Oy a vectorului este identică părţii imaginare a aceluiaşi număr complex. Reprezentările matematice pentru oscilaţii cu sinusoide, fazori sau numere complexe sunt echivalente.

7.6.1. Test de autoevaluare 7.1

Răspunsurile le găseşti la pagina 212 .

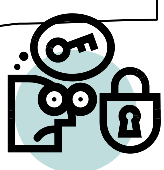


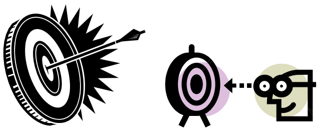
Pentru itemii 1-5 găseşte răspunsul corect :

1. Ce este amplitudinea unei oscilaţii?

2. Cum defineşti perioada unei oscilaţii?

3.Un bloc ataşat de un resort de constantă elastică necunoscută oscilează cu perioada de 2s. Care este perioada oscilaţiei dacă masa corpului se înjumătăţeşte





Testul de autoevaluare 7. 1 - Continuare

4.Un corp de masă necunoscută suspendat de un fir de lungime *l* oscilează cu perioada de 2s. Cât devine perioada dacă masa corpului este dublată. Dar dacă lungimea firului este dublată?

5. Un corp paralelipipedic poate oscila orizontal fără frecare ca un pendul elastic cu perioada de 1,5s. Deasupra lui se aşează un alt corp. Determină coeficientul de frecare dintre cele două corpuri dacă alunecarea corpului de deasupra începe atunci când amplitudine oscilaţiei pendulului elastic este de 40cm. $g \approx \pi^2 m/s^2$

7.6.2. Lucrare practică

- Confecţionează un pendul, aproape de cel matematic, dintr-un fir lung, fixat de tavan dacă se poate, având la capătul liber de jos un corp mic, un inel sau ceva similar.
- Determină perioada de oscilaţie, a oscilaţiilor complete (dus şi întors) cronometrând în cât timp sunt efectuate, să zicem 10 oscilaţii sau chiar 50 ori 100 şi împărţind la numărul de oscilaţii complete.
- Compară acest rezultat cu cel dat de formula perioadei pendulului gravitaţional
- Încercă să modifică lungimea firului şi compară perioada experimentală cu aceea dată de formula.
- Pentru o aceiaşi lungime, cea mai mare de preferat, agăţă de inel mase suplimentare şi de fiecare dată determină perioada. Verifică afirmaţia că, în limitele erorilor experimentale pendulele au aceeaşi perioadă.
- Pentru firul cel mai lung, determină perioada pentru diferite deviaţii iniţiale (amplitudini) mici. La un fir de 2 m îţi propunem 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm iar la un fir de 3m îţi propunem 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm, 25 cm, 30 cm.

Perioadele ar trebui să fi cam egale, în limitele erorilor experimentale.
De ce ar putea să nu fie? Ce criteriu stă la baza alegerii amplitudinii celei mai mari, pentru această verificare.

7.7. *Unde elastice*

Într-un mediu de oscilatori cuplaţi într-un fel oarecare starea de oscilaţie a unui oscilator se transmite celorlalţi. Evident „trecerea” stării de oscilaţie de la un oscilator la altul, de la un punct al mediului de oscilator la alt punct necesită timp. Din acest motiv diverşi oscilatori din mediu vor oscila cu faze diferite.

> ***Undă***
> *Propagarea stării de oscilaţie a unor oscilatori dintr-un mediu de oscilatori*

La propagarea undei se deplasează starea de oscilaţie şi nu oscilatorul sau orice alt obiect material.

Există două direcţii caracteristice pentru o undă

- Direcţia de oscilaţie – care este direcţia pe care se petrece oscilaţia oscilatorului
- Direcţia de propagare – care este direcţia pe care se propagă unda

Undele pentru care cele două direcţii coincid sunt **unde longitudinale.**

Undele pentru care cele două direcţii sunt perpendiculare sunt **unde transversale.**

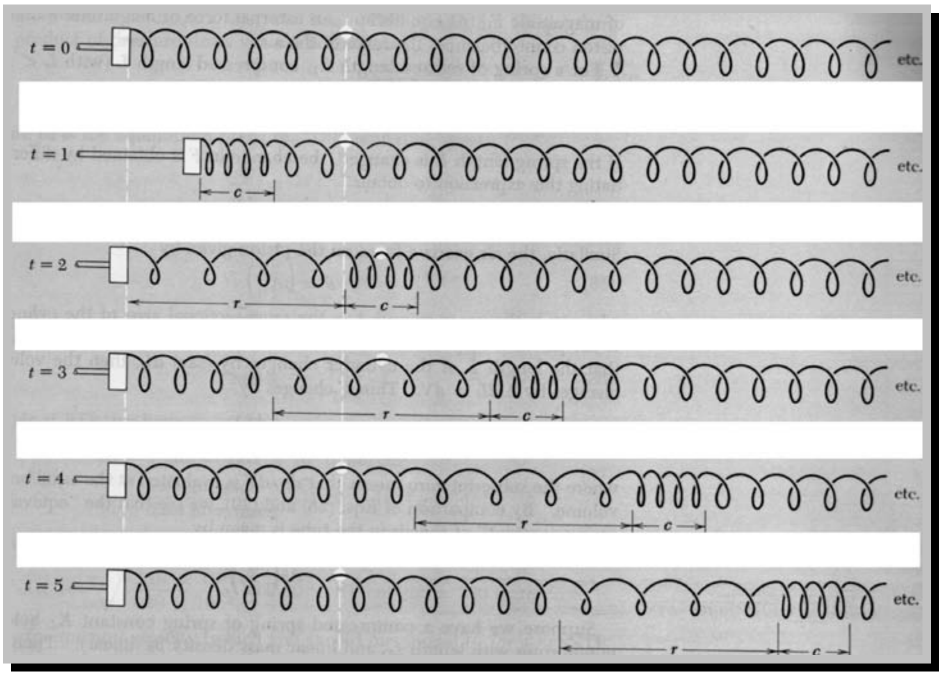


Figura 7.15 Filmul propagării unei unde longitudinale într-un resort

Imaginează-ţi un arc netensionat având un capăt fixat la un perete (cel din dreapta în figură) şi un capăt prins de un piston. Situaţia este prezentată pe rândul de sus al figurii 7.15. Imaginează-ţi ca aplici o lovitură scurtă pistonului din stânga, producând o comprimare a arcului (care rămâne liniar şi orizontal) pe o lungime *e* – situaţie prezentată în rândul 2 din figura de mai sus. Zona comprimată se va deplasa de-a lungul arcului aşa cum se vede în ultimele trei rânduri din desen.

Direcţia de propagare şi direcţia de oscilare a porţiunilor de arc comprimate sunt paralele. Arcul **nu** se deplasează. Propagarea stării de oscilaţie pentru porţiuni de arc este o **undă mecanică longitudinală**.

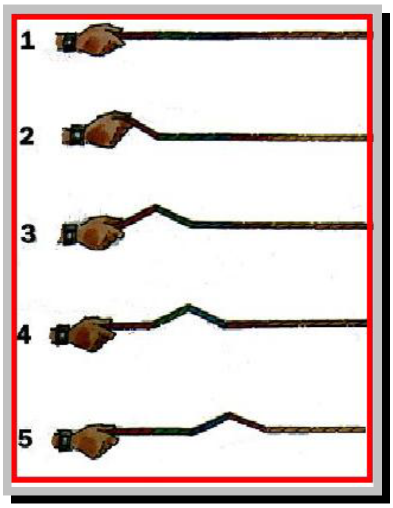
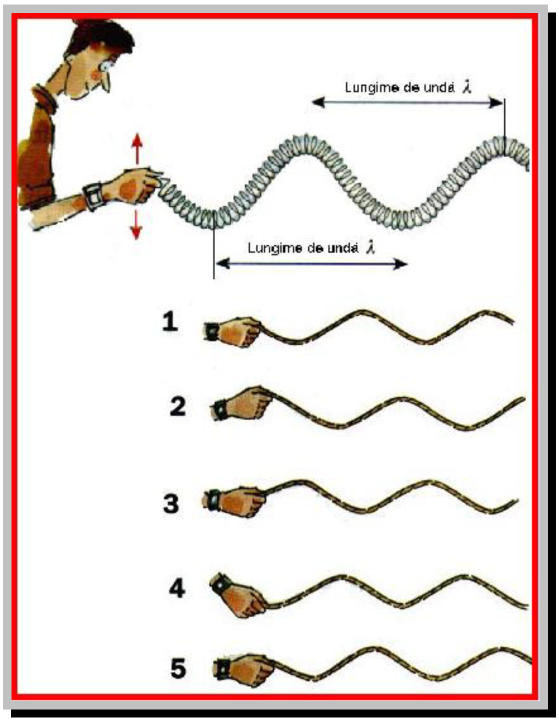


Figura 7.16

Imaginează-ţi o coardă elastică pe care o ţii întinsă – ca în imaginea de pe rândul unu din figura 7.16. Dacă faci o mişcare **verticală** bruscă, producând astfel o oscilaţie a capătului coardei (ca în imaginea din rândul doi al figurii de mai sus), vei constata că un **puls de oscilaţie transversală** se va deplasa de-a lungul coardei – ca în rândurile trei, patru şi cinci ale figurii.



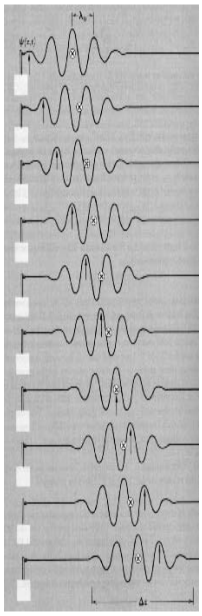


Figura 7.17

Dacă vei mişca încontinuu **pe verticală** capătul coardei elastice, vei constata apariţia unei unde transversale pe coarda elastică. Situaţiile coardei elastice la momente diferite sunt prezentate în Figura 7.17. Punctele de pe coardă oscilează transversal, cu defazaje faţă de oscilaţia capătului coardei.

Mediile continue, gaze, lichide şi solide, sunt sisteme de particule care interacţionează între ele. Oscilaţiile se vor propaga în mediu de la particulă la particulă sub forma unei unde, numite unde elastice. Propagarea undei nu se face instantaneu, ci cu o viteză finită c. O undă este o perturbaţie care se propagă.

Kinograma propagării unui puls de undă transversal

Şoricelul, de la desene animate, care intră sub covor şi înaintează, este poate cel mai plastic exemplu de undă. Umflătura covorului, care înaintează este o undă singulară. Viitura care provoacă inundaţiile este de asemenea o undă, singulară. Valul tsunami, este o undă, dar dat fiind că este însoţit de unde mai mici, de valuri mai mici, reprezintă un tren de unde. Undele provenite din epicentrul unui cutremur, undele seismice, aşa cum le arată şi numele, sunt trenuri de unde de durate mai lungi sau mai scurte. În modul ideal, unda înseamnă propagarea stării de oscilaţie într-un mediu de oscilatori presupus nesfârşit. Foarte adesea însă infinitul este conceput (neadevărat) doar ca ceva foarte mare. Când privim marea, spunem că e vălurită şi vorbim despre unde de suprafaţă chiar dacă vedem valuri (unde de suprafaţă) numai până la orizont. Dacă între două valuri sun 10 metri, în cei 12 kilometri sunt cam 1200 de bucle. Suntem uşor dispuşi să admitem 1200 este infinitul şi că valurile reprezintă o distribuţie infinită de unde de suprafaţă ceea ce nu este corect.

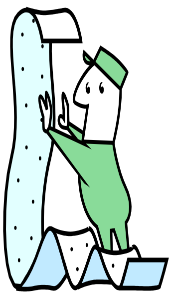
7.7.1. Unda plană progresivă neatenuată

Dacă toate particulele situate într-un plan perpendicular pe direcţia de propagare a undei oscilează identic, unda se numeşte plană. Fie o undă plană care se propagă fără atenuare în direcţia axei *Ox* cu viteză constantă c. Dacă în originea *x=0*, elongaţia χ a particulei urmează o anumită lege:

$$\chi(0,t) = f(t), \qquad (7.100)$$

atunci în orice punct *x* de pe axa *Ox* elongaţia $\chi(x,t)$ a particulei, măsurată de la poziţia de echilibru, va parcurge aceleaşi valori ca în origine, dar cu o anumită întârziere

$$t = \frac{x}{c}, \qquad (7.101)$$



dată de timpul necesar undei ca să ajungă din punctul de origine în punctul *x* considerat. Prin urmare, în punctul *x* la timpul *t* elongaţia trebuie să fie aceiaşi ca în origine în timpul $t - \dfrac{x}{c}$:

$$\chi(x,t) = \chi\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) = F(x - ct), \qquad (7.102)$$

reprezintă ecuaţia undei plane progresive care se propagă fără atenuare în sensul pozitiv al axei *Ox* cu viteza *c*. Elongaţiile χ(x,t) pot fi atât în direcţia de propagare a undei – pentru undă longitudinală, cât şi într-o direcţie perpendiculară pe direcţia de propagare – pentru undă transversală. Particulele situate într-un plan perpendicular pe direcţia de propagare a undei oscilează identic, de aceea unde se numeşte plană.
În unda plană monocromatică, oscilaţiile în fiecare punct sunt sinusoide de o anumită frecvenţă ω:

$$\begin{cases} \chi(0,t) = A\cos\omega t = f(t) \\ \chi(x,t) = f\left(t - \dfrac{x}{c}\right) = A\cos\omega\left(t - \dfrac{x}{c}\right) \end{cases}. \qquad (7.103)$$

Elongaţia este periodică în timp cu perioada

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (7.104)$$

şi în spaţiu cu perioada spaţială λ

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = cT = \frac{c}{\nu}, \qquad (7.105)$$

numită lungime de undă. Lungimea de undă este egală cu distanţa parcursă de undă în timpul unei perioade T. Numărul de undă este egal cu numărul de unde care se cuprind în 2π unităţi de lungime, adică:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c} = 2\pi\nu. \qquad (7.106)$$

Orice undă poate fi descompusă în unde plane monocromatice.

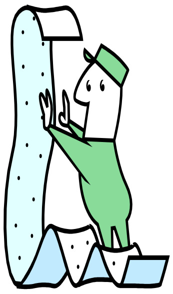
7.7.2. Deformaţia solidelor produsă de unde

În mediul continuu reprezentat de solid, este posibilă propagarea d unde longitudinale şi transversale. Propagarea undelor mecanice în solide se produce datorită proprietăţilor elastice ale acestora.

Unda plană longitudinală.

Din cauza deplasării particulelor în direcţia propagării, mediul elastic este în fiecare moment deformat. Vei calcula deformaţia relativă ε*(x,t)* în punctul *P(x)* la momentul *t*. Pentru aceasta consideră un punct infinit apropiat *Q(x+dx)*- ca în Figura 7.18. Coordonatele *x, x+dx* reprezintă poziţiile de repaus ale punctelor în discuţie, astfel încât *PQ=dx* este lungimea nedeformată a stratului dintre cele două puncte. La momentul *t* particula din *P(x)* are elongaţia χ*(x,t)* şi deci se află deplasată în *P'(x+*χ*),* iar particula *Q(x+dx)* se află atunci deplasată în $Q'\left(x + dx + \chi + \frac{\partial\chi}{\partial x}dx\right)$, deoarece elongaţia acestui punct este

$\chi(x+dx,t)=\chi(x,t)+\frac{\partial\chi}{\partial x}$. Lungimea segmentului *PQ* devine deci, la momentul t, egală cu



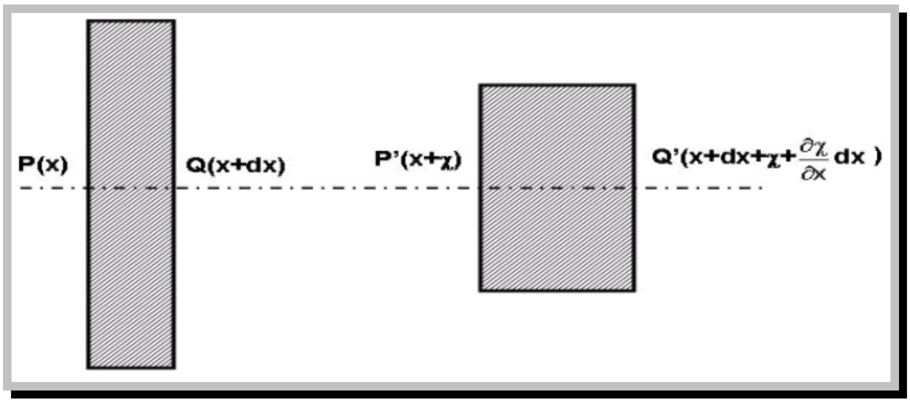


Figura 7.18

$$P'Q'=dx+\frac{\partial\chi}{\partial x}dx\,. \qquad (7.107)$$

Alungirea absolută va fi

$$P'Q'-PQ=\frac{\partial\chi}{\partial x}dx\,, \qquad (7.108)$$

iar deformaţia relativă:

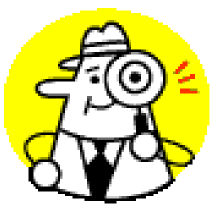
$$\varepsilon(x,t)=\frac{\partial\chi}{\partial x}\,. \qquad (7.109)$$

Derivata în raport cu timpul a elongaţiei este evident viteza particulei:

$$v(x,t)=\frac{\partial\chi}{\partial t} \qquad (7.110)$$

Unda plană transversală.

În acest caz, particulele au deplasări perpendiculare pe direcţia de propagare, *Ox*. Două puncte infinit vecine cu poziţiile de echilibru *P(x), Q(x+dx)* se vor afla deplasate la momentul t în poziţiile *P'(x,χ)* şi respectiv $Q'\left(x+dx,\chi+\frac{\partial\chi}{\partial x}dx\right)$. Unghiul de forfecare γ al planului *Q* faţă de planul *P*, este: $\gamma(x,t)\approx tg\gamma=\frac{\partial\chi}{\partial x}$- ca în Figura 7.19. Deformaţia elastică produsă de undele longitudinale şi de cele transversale este egală cu derivata parţială a elongaţiei în raport cu coordonata.



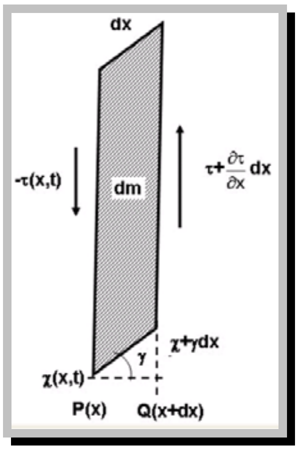
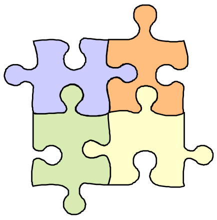


Figura 7.19



7.8. Ecuaţia undelor

Ecuaţia undelor şi mai general proprietăţile undelor mecanice, în medii materiale, nu diferă de undele din alte domenii ale fizicii .

Undele mecanice sunt cel mai adesea unde longitudinale, adică oscilaţia se face în lungul direcţiei de propagare.

Fenomenelor referitoare la unde se regăsesc în mecanică la fel ca şi în celelalte capitole. A scrie ecuaţia unei unde înseamnă a găsi legea după care oscilează un anumit punct din mediul de oscilatori – cunoscând eventual modul în care oscilează oscilatorul din origine.

Ecuaţia undelor se obţine derivând parţial în raport cu coordonatele *x, y* sau z funcţia *f* care descrie elongaţia oscilatorului generic din mediul descris. Unidimensional,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)=-\frac{1}{c}\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)=-\frac{1}{c}\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial t}=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)=\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^{2f}}{\partial t^2}\right), \quad (7.111)$$

sau

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}-\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial^{2f}}{\partial t^2}\right)=0. \quad (7.112)$$

Această expresie reprezintă ecuaţia undelor unidimensionale. Prin urmare, undele

$$\chi(x,t)=f\left(t\pm\frac{x}{c}\right) \quad (7.113)$$

verifică această ecuaţie diferenţială cu derivate parţiale, şi reciproc, soluţia generală a acestei ecuaţii este o suprapunere a celor două soluţii,

$$f_1\left(t-\frac{x}{c}\right)+f_2\left(t+\frac{x}{c}\right), \quad (7.114)$$

unde semnul "-" se referă la unda care se propagă în sensul invers al axei Ox.

În cazul propagării undelor într-o direcţie oarecare în spaţiu, ecuaţia undelor se obţine prin însumarea derivatelor după cele trei coordonate, şi anume:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}=\Delta f\,, \qquad (7.115)$$

unde Δ este operatorul lui Laplace sau laplacean.

7.8.1. Viteza undelor în solide

Poţi calcula viteza undelor longitudinale într-o bară. Legătura dintre tensiunea elastică

$$\sigma(x,t)=\frac{F}{S_0} \qquad (7.116)$$

şi deformaţia longitudinală ε(x,t) este dată de legea lui Hooke

$$\sigma(x,t)=\frac{F(x,t)}{S_0}=E\varepsilon(x,t)=E\frac{\partial\chi}{\partial x}. \qquad (7.117)$$

Un strat infinit de subţire dx cu masa

$$dm=\rho S_0 dx \qquad (7.118)$$

(ρ- densitatea corpului în absenţa undei) va fi supus la forţa rezultantă

$$dF=\frac{\partial\sigma}{\partial x}dxS_0. \qquad (7.119)$$

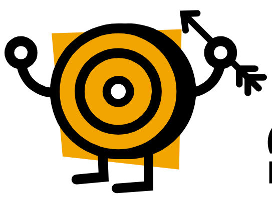
Conform legii fundamentale a mecanicii:

$$\begin{cases} dm\dfrac{\partial^2\chi}{\partial t^2}=dF=\dfrac{\partial\sigma}{\partial x}dxS_0 \Rightarrow \\ \rho\dfrac{\partial^2\chi}{\partial t^2}=\dfrac{\partial\sigma}{\partial x} \end{cases}, \qquad (7.120)$$

de unde:

$$\sigma=E\varepsilon=E\frac{\partial\chi}{\partial x}\Rightarrow\rho\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}=\frac{\partial\sigma}{\partial x}=E\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}, \qquad (7.121)$$

Din relaţia de mai sus, în virtutea ecuaţiei undelor, rezultă viteza undelor longitudinale în bară:

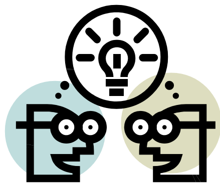


$$c_1=\sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad (7.122)$$

(formula lui Newton).

Pentru undele transversale forţa rezultantă asupra elementului de masă *dm* este perpendiculară pe direcţia propagării, fiind dată de efortul elastic tangenţial datorat forfecării:

$$dF = \frac{\partial \tau}{\partial x} dxdS. \qquad (7.123)$$



Scriind legea fundamentală a mecanicii pentru elementul de masă dm, obţinem analog undelor longitudinale

$$\begin{cases} \rho \dfrac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = \dfrac{\partial \tau}{\partial x} \\ \tau = G\gamma = G \dfrac{\partial \chi}{\partial x} \end{cases}, \qquad (7.124)$$

de unde rezultă

$$\rho \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} \qquad (7.125)$$

Corespunzător, viteza undelor transversale:

$$c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \qquad (7.126)$$

unde G este modulul de forfecare.

7.8.2. Densitatea şi fluxul de energie al undelor

Energia cinetică a particulelor care oscilează raportată la unitatea de volum nedeformat este

$$w_c = \frac{dm}{dV_0} \frac{v^2}{2} = \frac{1}{2} \rho v^2 \qquad (7.127).$$

Energia elastică de deformare pe unitatea de volum într-un solid este

$$w_p = \frac{1}{2} E \varepsilon^2. \qquad (7.128)$$

Ţinând seama de expresia vitezei undei elastice

$$c^2 = \frac{E}{\rho} \qquad (7.129)$$

şi de expresia deformaţiei

$$\varepsilon = -\frac{v}{c} \qquad (7.130)$$

în unda progresivă, energia elastică sau potenţială de deformare pe unitatea de volum, devine:

$$w_p = \frac{1}{2} E \varepsilon^2 = \frac{1}{2} \rho v^2 = w_c, \qquad (7.131)$$

şi deci coincide cu energia cinetică a unităţii de volum. Prin urmare, energia cinetică şi cea potenţială a undei plane progresive variază în

concordanţă de fază. În cazul undei plane monocromatice, energia totală medie pe unitatea de volum este:

$$\overline{w} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 . \qquad (7.132)$$

Unda transportă energie, dar fără a fi însoţit de transport de masă. Să calculăm energia transportată de undă progresivă într-un interval de timp dt printr-un element de arie $dS_{\perp}$ aşezat perpendicular pe direcţia de propagare a undei. În intervalul de timp dt vor fi deplasate din poziţiile lor de echilibru toate particulele cuprinse într-un cilindru cu aria $dS_{\perp}$ şi lungimea *cdt*, prin urmare:

$$dW = wdS_{\perp}cdt = wd\vec{S}\vec{c}dt . \qquad (7.133)$$

Fluxul de energie reprezintă energia care trece printr-o suprafaţă oarecare în unitatea de timp,

$$\begin{cases} d\Phi = \dfrac{dW}{dt} w\vec{c}d\vec{S} = \vec{i}\,d\vec{S} \\ [\Phi] = \dfrac{J}{s} = W \end{cases} , \qquad (7.134)$$

Densitatea fluxului de energie, adică fluxul de energie prin unitatea de arie perpendiculară pe direcţia de propagare este

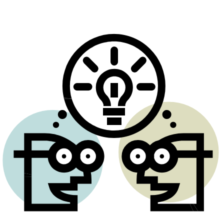
$$: \begin{cases} \vec{i} = w\vec{c} \Rightarrow i = \dfrac{dW}{dtdS_{\perp}} wc = \rho c v^2 \\ [i] = \dfrac{J}{m^2 s} = \dfrac{W}{s} \end{cases} , \qquad (7.135)$$

Valoarea medie a densităţii fluxului de energie se numeşte intensitatea undei:

$$I = \bar{i} = \rho c \overline{v^2} = \rho c v_{ef}^2 , \qquad (7.136)$$

unde v_{ef} este viteza efectivă a undei. Vom numi presiune a undei (sau presiune sonoră în cazul sunetelor) valoarea efectivă a variaţiei de presiune:

$$p_s = \rho c v_{ef} . \qquad (7.137)$$



Atunci intensitatea undei se rescrie

$$I = \rho c v_{ef}^2 = p_s v_{ef} . \qquad (7.138)$$

7.9. *Interferenţa*

Dacă în mediu există mai multe surse de oscilaţii, atunci în mediu se propagă mai multe procese ondulatorii. După cum arată experienţa, elongaţia rezultantă a particulei se compune vectorial din elongaţiile produse separat de fiecare oscilaţie. Acesta este principiul suprapunerii undelor, adică a suprapunerii independente a proceselor oscilatorii. Principiul suprapunerii este o consecinţă matematică a liniarităţii ecuaţiilor diferenţiale care descriu procesele ondulatorii. Fenomenul suprapunerii undelor se numeşte interferenţa undelor. Interes deosebit îl prezintă cazul a două surse care oscilează cu aceeaşi frecvenţă şi au diferenţa de fază a oscilaţiilor constantă, numite surse coerente. Presupunem de asemenea că elongaţiile sunt pe aceeaşi direcţie. În acest caz tabloul de interferenţă este staţionar, adică amplitudinile oscilaţiilor în diferite puncte sunt constante în timp.

Ecuaţia undei este o expresie care descrie legea de oscilaţie a unui oscilator aflat la distanţă *x* de sursă. Dacă sursa oscilează după regula

$$\chi = A\cos(\omega t) \qquad (7.139)$$

oscilatorul din mediul de oscilatori aflat la distanţa λ de sursă oscilează în fază cu aceste adică este defazat cu 2π. Putem scrie că proporţia defazaj – distanţă se păstrează pentru orice situaţie, adică defazajul φ al oscilaţiei oscilatorului aflat la distanţa *x* de sursă are expresia

$$\begin{cases} \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{\varphi}{x} \\ \varphi = \dfrac{2\pi \cdot x}{\lambda} \end{cases} \qquad (7.140)$$

Ecuaţia de oscilaţie pentru oscilatorul aflat la distanţa *x* de sursă este

$$\chi = A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}) = A\cos(\omega t - kx) \qquad (7.141)$$

dacă ai defini un „vector de undă" $\vec{k}$ având direcţia de propagare a undei şi modulul

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (7.142)$$

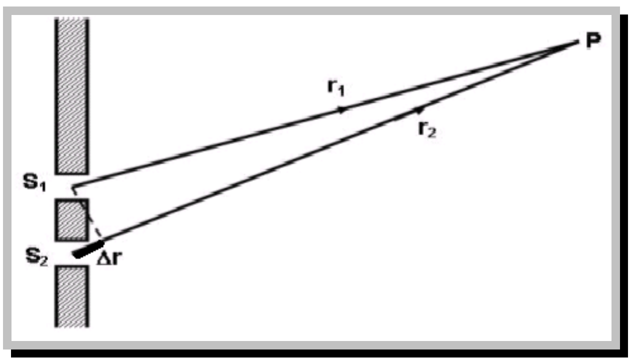


Figura 7.20

Fie două surse $S_{1,2}$ care oscilează în fază şi un punct P situate la distanţele $r_{1,2}$ de surse ca în Figura 7.20. Elongaţiile $\chi_{1,2}$ produse de fiecare undă şi presupuse pe aceeaşi direcţie se adună atunci algebric:

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 = A_1 \cos(\omega t - kr_1) + A_2 \cos(\omega t - kr_2), \qquad (7.143)$$

Din relaţii analoge cu (7.97) rezultă că amplitudinea rezultantă va fi:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1^2 A_2^2 \cos k(r_2 - r_1)}. \qquad (7.144)$$

Mărimea amplitudinii depinde de diferenţa de fază

$$\Delta\phi = k(r_2 - r_1) \qquad (7.145)$$

sau de diferenţa de drum

$$\Delta r = r_2 - r_1 \qquad (7.146)$$

a celor două oscilaţii care se suprapun. Amplitudinea este maximă când diferenţa de drum este un multiplu întreg de lungimi de undă sau un multiplu par de semiunde şi minimă când diferenţa de drum este un multiplu impar de semiunde.

$$\begin{cases} A_{max} \Rightarrow \Delta r = 2n\dfrac{\lambda}{2}, \text{n - intreg} \\ A_{min} \Rightarrow \Delta r = (2n+1)\dfrac{\lambda}{2}, \text{n - intreg} \end{cases}. \qquad (7.147)$$

Dacă de exemplu ai să arunci o albină cu aripile în jos pe apă, bătăile aripilor vor determina pe suprafaţa apei o situaţie de valuri cu amplitudini foarte mari în unele poziţii în timp ce în alte zone apa va fi netedă.

Rezultatul este extrem de interesant. Două surse de oscilaţii de amplitudini egale, vor determina în unele puncte din mediul de oscilatori oscilaţii cu amplitudini de două ori mai mari decât amplitudinile surselor în timp ce alte puncte nu vor oscila.

Un caz interesant de interferenţă este suprapunerea undei incidente cu aceeaşi undă după o reflexie pe aceeaşi direcţie Ox. În general unda reflectată va fi defazată faţă de undă incidentă cu unghiul β, dependent de condiţiile în care se realizează reflexia. Considerând amplitudinile celor două unde egale,

$$\begin{cases} \chi(x,t) = A\cos(\omega t - kx) + A\cos(\omega t + kx + \beta) \\ \chi(x,t) = 2A\cos\left(kx + \dfrac{\beta}{2}\right)\cos\left(\omega t + \dfrac{\beta}{2}\right) \end{cases} \qquad (7.148)$$

Se obţine astfel o undă staţionară. Fiecare particulă oscilează armonic, sinusoidal, conform factorului temporal $\cos\left(\omega t + \dfrac{\beta}{2}\right)$,

dar cu amplitudinea

$$A' = 2A\cos\left(kx + \frac{\beta}{2}\right) \qquad (7.149)$$

variabilă de la punct la punct. În punctele în care

$$\cos\left(kx+\frac{\beta}{2}\right)=\pm 1, \qquad (7.150)$$

amplitudinea este maximă (ventre) şi egală cu 2A, iar în punctele pentru care

$$\cos\left(kx+\frac{\beta}{2}\right)=0, \qquad (7.151)$$

amplitudinea este nulă (noduri). Particulele situate în noduri nu oscilează, cele situate între două noduri succesive oscilează în fază, la traversarea unui nod faza oscilaţiilor se schimba cu π.
În unda staţionară, locurile în care oscilaţia are amplitudine maximă sau minimă sunt fixe în spaţiu.

Pentru fixarea comportamentului undei la „peretele” pe care se reflectă reţine că dacă mediul pe care se reflectă unda este mai dens decât mediul în care se propagă unda, atunci unda îşi schimba prin reflexie faza cu $\beta=\pi$, obţinându-se un nod în punctul de reflexie. Dacă mediul pe care se reflectă unda este mai puţin dens decât cel prin care se propagă, atunci faza undei nu se schimbă prin reflexie, obţinându-se un ventru în punctul de reflexie.

7.9.1. Dispersia. Viteza de grup

Dacă viteza de propagare a undei depinde de lungimea de undă sau de frecvenţă, se observă fenomenul de ***dispersie***: undele de diferite frecvenţe se propagă cu viteze diferite.

Dispersia înseamnă că un mediu se poartă diferit pentru unde cu frecvenţe diferite.
Gândeşte-te la un om şi la o pasăre ca la două unde de frecvenţe diferite. Deplasarea lor prin aer se face evident diferit

Semnalele, formate dintr-un grup de unde cu frecvenţe ω apropiate între ele şi vectori de undă $\vec{k}$ apropiaţi între ei, limitate în timp şi spaţiu datorită fenomenului interferenţei, se propagă cu viteza de grup v_g. Fie un grup de unde cu frecvenţele într-un interval infinitezimal $\Delta\omega$ şi vectorii de undă cuprinşi în intervalul $\Delta^3\vec{r}$. Raţionează asupra unui mediu izotrop, în care proprietăţile nu depind de direcţie pentru care deci $\left|\vec{k}\right|=k$. Maximul amplitudinii se va găsi la momentul t_0 în punctul $\vec{r}_0$ pentru care trebuie să ai:

$$d\varphi = t_0 d\omega - r_0 dk = 0. \qquad (7.152)$$

La momentul t_0+dt, centrul grupului se va găsi deplasat în $\vec{r}_0 + d\vec{r}$ ($dr = v_g dt$), unde de asemenea fazele coincid

$$(t_0 + dt)d\omega - (r_0 + dr)dk = 0. \qquad (7.153)$$

Prin urmare avem condiţia:

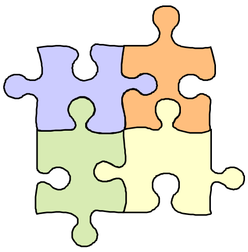
$$dt \cdot d\omega - dr \cdot dk = 0 \Leftrightarrow dt \cdot d\omega - v_g dt \cdot dk = 0, \qquad (7.154)$$

atunci viteza de grup este:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}. \qquad (7.155)$$

7.10. Absorbţia undelor

În procesul propagării undelor are loc întotdeauna o transformare ireversibilă a energiei undei (disipare), adică a energiei mecanice a oscilaţiilor particulelor, adică intensitatea undei scade pe măsura propagării ei – Figura 7.21. Pe o porţiune infinitezimală dx, amplitudinea undei A



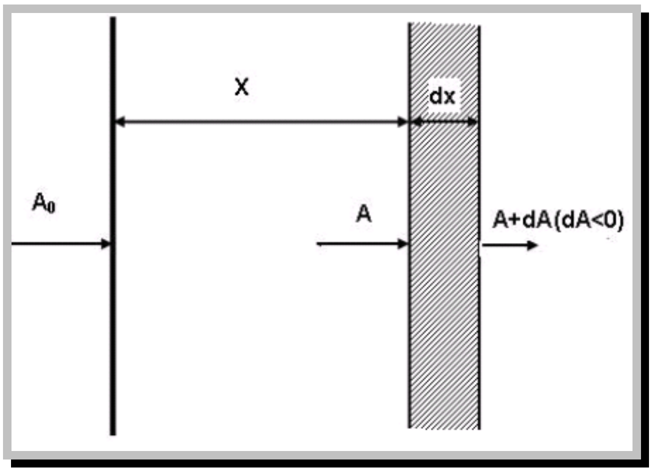


Figura 7.21

scade cu o cantitate proporţională cu distanţa parcursă în mediu şi cu amplitudinea. Altfel spus, scăderea relativă a amplitudinii undelor este proporţională cu grosimea dx a stratului străbătut:

$$\frac{dA}{A} = -\kappa dx, \qquad (7.156)$$

unde κ este constanta de atenuare, măsurată în m^{-1}. Prin integrare rezultă:

$$A = A_0 e^{-\kappa x}, \qquad (7.157)$$

unde A_0 este amplitudinea iniţială, iar x este distanţa străbătută de undă. Intensitatea undei, fiind proporţională cu amplitudinea la pătrat, se va atenua după legea:

$$I = I_0 e^{-2\kappa x}. \qquad (7.158)$$

7.11. Acustica

Toate „dispozitivele” din Figura 7.22 vibrează, dar pasărea nu se aude bătând din aripi iar lama numai în anumite condiţii. De ce ?

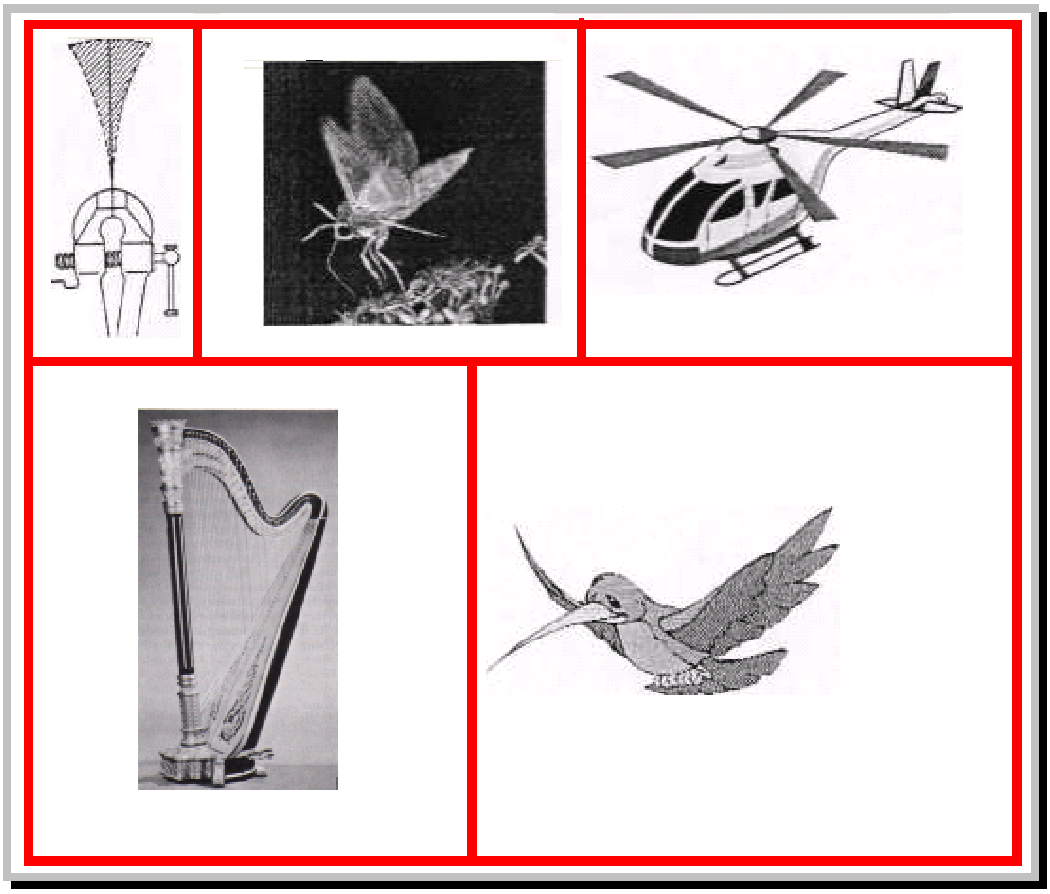


Figura 7.22

Sistemele acustice sunt sisteme oscilante, care generează unde sonore percepute de urechea umană sau de a altor vieţuitoare (ca sunete). Undele sonore sunt unde mecanice care se propagă în medii elastice, şi de regulă sunt unde longitudinale, vibraţiile sunt în lungul direcţiei de propagare, "un fel de du-te vino care şi înaintează!". (Urechea omenească este un receptor, care analizează sunetul făcând o descompunere a sa în oscilaţii armonice simple). Urechea umană detectează un spectru de frecvenţe de la câteva zeci de herzi la câţiva kiloherzi. Evident, frecvenţele auzite depind de calitatea urechii celui care ascultă.

Vei vedea în continuare cum lucrează două feluri de "dispozitive simple, surse sonore" coarda şi tuburile, care pot fi un model pentru instrumentele cu coarde (vioară, violă etc. dar şi pian, ţambal) respectiv pentru cele de suflat (nai, orgă dar nu numai, fluier,).

7.12. Coarda vibrantă

Într-o coardă de lungime l întinse de o forţă F. apar vibraţii. Vei presupune că oscilaţiile tuturor punctelor coardei se produc într-un acelaşi plan fix, Oxχ. Presupune coarda elastică, omogenă şi absolut flexibilă, adică forţa F, nu este altcineva decât tensiunea din fir şi este în lungul firului şi deci este tangentă în fiecare punct al coardei. De asemenea presupune că este valabilă legea lui Hooke. (7.117)

Vei considera numai oscilaţiile mici, astfel încât unghiul dintre tangenta la coardă şi axa Ox este mic, adică

$$\begin{cases} tg\alpha \approx \alpha, \sin\alpha \approx \alpha, \cos\alpha \approx 1 \\ \dfrac{\partial\chi(x,t)}{\partial x} \approx \alpha \end{cases} \qquad (7.159).$$

Consideră forţele în direcţia transversală pe coardă care acţionează asupra elementului de coardă de masă *dm* şi de lungime *ds*, forţe care tind să readucă coarda în poziţia de echilibru. (În aproximaţia făcută, *ds≈dx, F'≈F*, adică tensiunea este aceiaşi de-a lungul coardei). Rezultanta forţelor pe direcţia transversală corzii, direcţia de revenire,

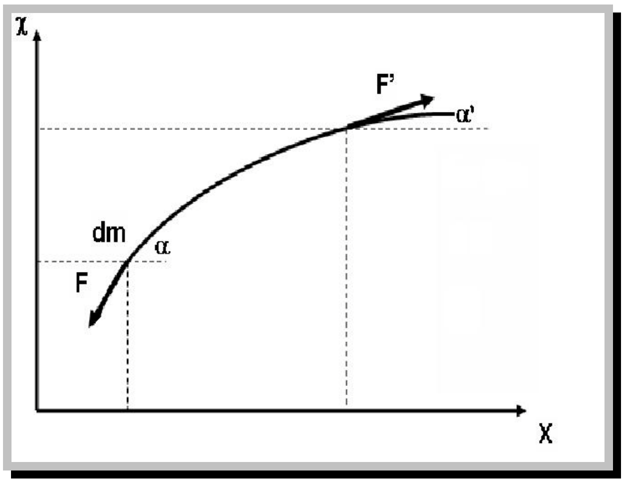


Figura 7.23

$$\begin{cases} F'\sin\alpha' - F\sin\alpha \approx F(\alpha-\alpha') \approx F\left[\dfrac{\partial}{\partial x}\chi(x+dx,t) - \dfrac{\partial}{\partial x}\chi(x,t)\right] = \\ = F\dfrac{\partial}{\partial x}\left[\chi(x+dx,t) - \chi(x,t)\right] = F\dfrac{\partial^2\chi}{\partial x^2}dx \end{cases} \qquad (7.160)$$

va fi conform ecuaţiei fundamentale a dinamicii ($F_{rezultantă} = ma$):

$$F\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}dx = dm\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = \rho S\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2}dx \Rightarrow \frac{\rho S}{F}\frac{\partial^2\chi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}, \qquad (7.161)$$

care reprezintă ecuaţia diferenţială a vibraţiilor transversale ale undei, cu viteza de propagare

$$c = \sqrt{\frac{F}{S\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\rho_l}} = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \qquad (7.162)$$

unde $\rho_l = \rho_{liniar} = \rho S$ este densitatea liniară a coardei.

Observaţie. *Să remarcăm că nu este vorba de o viteză de propagare în mod explicit ci mai curând de o constantă care apare în ecuaţia undelor, în acea "poziţie " în care se găseşte, de regulă, viteza undelor!*

Ecuaţia undelor admite soluţii atât unde progresive, cât şi unde staţionare:

$$\chi(x,t) = A\cos(kx + \beta)\cos(\omega t + \alpha), \qquad (7.163)$$

iar constantele A, α şi β se determină din condiţiile iniţiale şi la limită, la capetele corzii. Pentru o coardă vibrantă fixată la capete, adică cu noduri la ambele capete, trebuie satisfăcute condiţiile

$$\sin kl = 0 \Rightarrow kl = n\pi \Rightarrow l = n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \nu_n = n\frac{c}{2l} = n\nu_1, \qquad (7.164)$$

(şi, subînţeles, la capătul cu x = 0, sin 0 = 0) adică lungimea corzii atunci când oscilează la rezonanţă, adică cu o amplitudine maximă pentru condiţiile date, cuprinde un număr întreg de jumătăţi de lungimi de undă. Frecventele ν_n se numesc frecvenţe proprii, iar ν_1 este frecvenţa fundamentală. În Figura 7.24 sunt prezentate câteva dintre undele staţionare stabilite pe o coardă de lungime *L.*

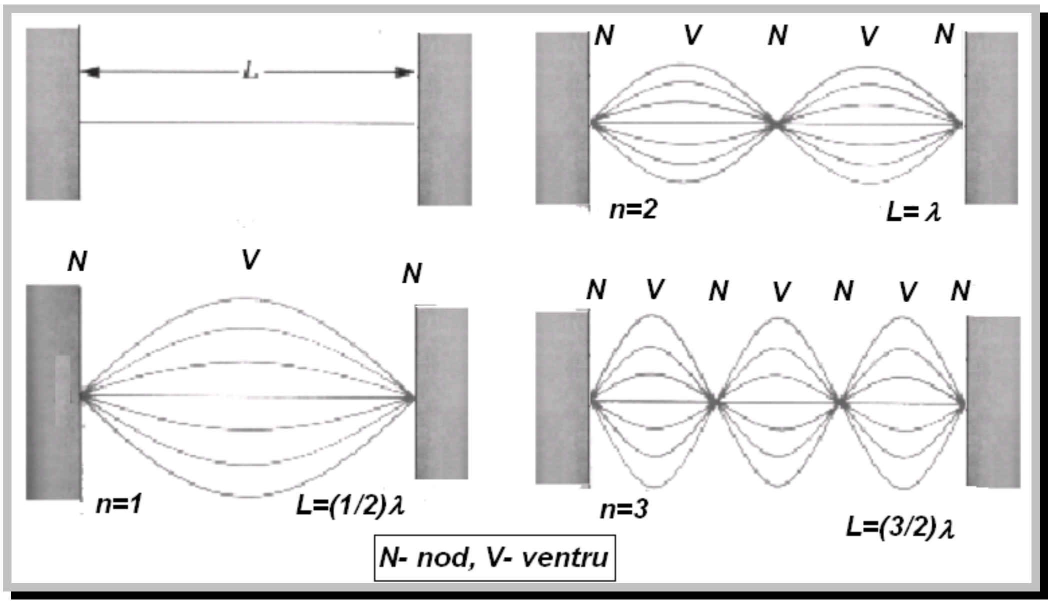


Figura 7.24

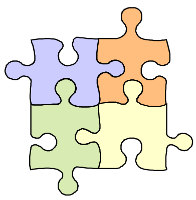
7.13. Tuburi sonore

Analog coardei vibrante şi tuburile sonore, ***fluierele***, au un şir infinit de vibraţii proprii. Dar numărul de frecvenţe proprii auzibile este finit, şi nici prea mare de altfel. Frecvenţele proprii se obţin din condiţiile la margine. La tuburile sonore obişnuite excitarea undei sonore staţionare în coloana de aer se face la un capăt al tubului cu ajutorul unei surse, diapazon, difuzor, lamă vibrantă etc, deci la acest capăt avem un maxim respectiv un ventru şi ecuaţia undelor este: $\chi(x,t) = A\cos kx \cos\omega t$. Celălalt capăt al tubului poate fi închis sau deschis.

La **tuburile închise** (nod la capăt):

$$\begin{cases} \cos kl = 0 \Rightarrow \\ kl = (2n-1)\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \\ l = (2n-1)\dfrac{\lambda}{4} \Rightarrow \\ \nu = (2n-1)\dfrac{c}{4l} = (2n-1)\nu_1 \end{cases} \qquad (7.165)$$

deci lungimea tubului închis este egală cu un număr impar de sferturi de lungimi de undă şi se formează armonice impare. În *Figura 7.25* sunt prezentate câteva dintre situaţiile care apar în tuburile închise



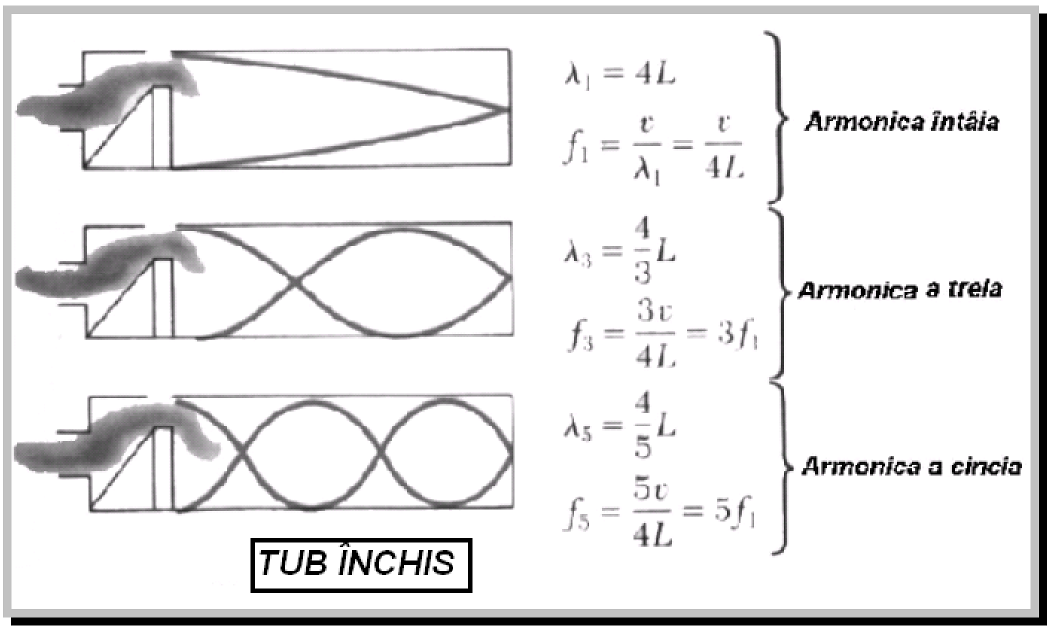
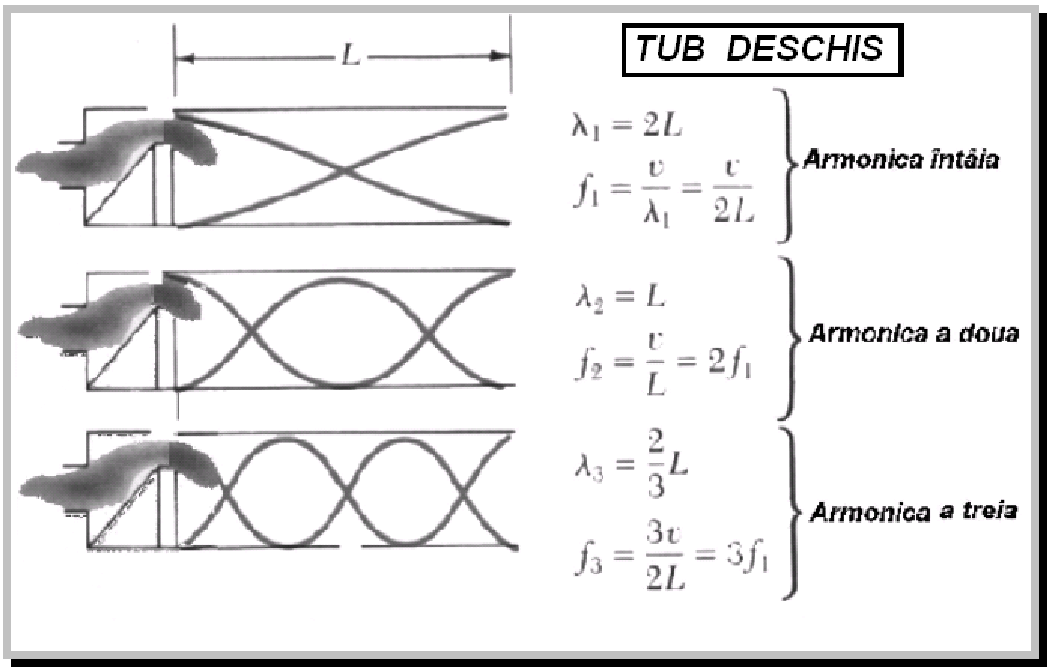


Figura 7.25

La ***tuburile deschise*** (ventre la capete):

$$\begin{cases} \cos kl = \pm 1 \Rightarrow kl = n\pi \Rightarrow \\ l = n\dfrac{\lambda}{2} = 2n\dfrac{\lambda}{4} \Rightarrow \nu_n = n\dfrac{c}{2l} = 2\nu_1 \end{cases}, \qquad (7.166)$$

deci lungimea tubului deschis este egală cu un număr par de sferturi de lungimi de undă, un număr întreg de semilungimi de undă, ca şi la coarda vibrantă, şi se pot forma toate armonicele.



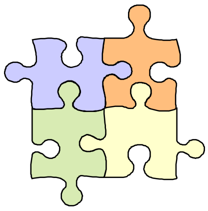


Figura 7.26

***Observaţie**. Obişnuim să reprezentăm undele în tuburile sonore ca şi la coardă, adică printr-o geometrie proprie undelor transversale, deşi undele din tuburile sonore sunt unde longitudinale*.

7.13.1. Nivelul sonor

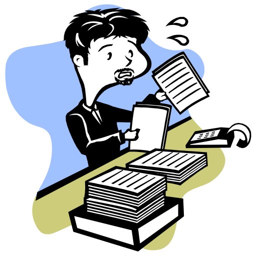
În afară de caracteristicile calitative ale sunetului, avem şi mărimi fizice caracteristice. Dar, varietatea proprietăţilor şi interpretărilor sunetelor, de asemenea şi subiectivitatea aprecierilor, îşi pun amprenta asupra acestor mărimi.

Legea lui Weber şi Fechner. Modificarea răspunsului la schimbarea excitaţiei este invers proporţională cu excitaţia anterioară schimbării.

$$\frac{d(raspuns)}{d(excitatie)} = ct \cdot \frac{1}{(excitatie)_0} \Rightarrow \frac{\Delta R}{\Delta E} = \frac{ct}{E}. \qquad (7.167)$$

Această lege spune că senzaţia sau percepţia sunetului variază în progresie aritmetică, în timp ce valorile fizice sunt în progresie geometrică. Această lege este o aproximaţie convenabilă şi acceptabilă. Dacă mărimea fizică creşte de 10 ori semnalul perceput se dublează.

Pentru studierea senzaţiei auditive se ia pentru I_0 valoarea acceptată ca minim al sensibilităţii urechii la 1000 Hz, $I_0 = 4{,}5 \cdot 10^{-13}\,\frac{W}{m^2}$ şi pentru presiunea corespunzătoare a undei sonore



$$\Delta p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \frac{N}{m^2} = 0{,}000\pi bar \ ,$$

Nivelul intensităţii sonore este nivelul presiunii acustice care se referă la o valoare standard . Expresia matematică pentru nivelul intensităţii este

$$L_{(i)} = 10 \lg \frac{I}{I_0} , \qquad (7.168)$$

Nivelul intensităţii sonore se măsoară în dB (decibeli - de la numele lui Bell, Graham Bell, inventatorul telefonului). Scris în funcţie de presiunea undei sonore şi măsurat tot în dB, nivelul intensităţii are expresia

$$L_{(p)} = 10 \lg \frac{(\Delta p)^2}{(\Delta p_0)^2} = 20 \lg \frac{\Delta p}{\Delta p_0} , \qquad (7.169)$$

7.13.2. Intensitatea sunetului

$$I \equiv i_{mediu} = \rho c \left(v^2 \right)_{mediu} \equiv \rho c v^2_{efectiv} \ ,$$

unde

$$v^2_{mediu} = v^2_{efectiv} = \frac{1}{2} v^2_{\max im}$$

dar coeficientul ½ determină valoarea efectivă numai pentru dependenţe sinusoidale.

Când valorile lui Δp şi v sunt în fază, avem un câmp acustic sau sonor real. Când sunt defazate cu $\frac{\pi}{2}$ avem un câmp imaginar, iar dacă sunt defazate aleator avem un câmp difuz. Zgomotele sunt câmpuri difuze. Undele staţionare sunt câmpuri imaginare, deoarece au mereu un defazaj constant ($\frac{\pi}{2}$) între viteză şi deformaţie ($\Delta p \sim \frac{\partial \chi}{\partial x}$).

Vei numi sunet alb, o distribuţie de amplitudini egale pentru toate frecvenţele. Un zgomot "alb" este cel pentru care media defazajelor este zero. Pentru cei familiarizaţi cu televizoarele ar fi echivalentul albului de la ecranele color.

Caracteristicile sunetelor sunt: frecvenţa sau înălţimea sunetului, amplitudinea - descrisă de intensitatea sunetului (sau tăria), timbrul - care reprezintă distribuţia armonicelor pe întreg spectrul auzibil, desigur. În plus, mai avem: durata sunetului, lărgimea benzilor de emisie, curba de atac a trenului de unde sau a pulsului, excitaţia sunetului. Aceste aspecte calitative participă la formarea spectrului şi devin "tuşele" ce caracterizează un instrument muzical sau o sursă sonoră în general.

Sursele "sintetice " pot genera sunete care să imite diferite instrumente, pornind de la refacerea acestor caracteristici specifice. Aceste surse pot fi analogice dar mai modern digitale şi se regăsesc în mai orice program de acest fel, pentru calculatoare.
Pentru receptorul uman ne mai interesează: durata minimă a sunetului, distanţa dintre două frecvenţe vecine sau rezoluţia şi defazajul sunetelor. Selectivitatea în frecvenţă este $\frac{\Delta \nu}{\nu_0} = 0{,}02$, dar variază cu ν, adică sensibilitatea urechii variază cu ν. În intensitate, $\Delta S = 1 phon = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 1 \Rightarrow I = 10^{\frac{1}{10}} I_0 \cong 1{,}3 I_0$, adică sensibilitatea la care putem distinge doua sunete distincte. Astfel, $I_{distinct} = 1{,}3 I_0 \Rightarrow \Delta I = 0{,}3 I_0$. Iar pentru presiune, $\Delta p = 0{,}15 \Delta p_0$. Dacă sunetele nu sunt separate de un interval de minim *0,05s-0,1s*, nu le percepi ca sunete distincte. Ecoul nu apare decât în aceste condiţii. Dar, putem percepe sunete distincte dacă variază frecvenţa cu 0,003 (0,3%) pentru sensibilitatea maximă (2000 Hz). Această acuitate scade la 1,2% pentru 20 Hz şi la 0,7% la 20000 Hz. Dacă avem două sunete, ele se disting din ce în ce mai greu dacă sensibilitatea descreşte.

Limitele de 20 Hz şi 20000 Hz – considerate naturale pentru urechea umană - sunt foarte dificil de perceput şi depind de vârsta, de sănătatea urechii şi de antrenamentul ascultătorului. Limita superioară de audibilitate ca tărie este o limită dureroasă (pragul dureros deasupra căruia sunetul nu mai este sunet ci o percepţie ca durere), deasupra ei sunetele sunt atât de puternice încât provocă dureri care împiedică percepţia. Distrugerea timpanului se produce la frecvenţe şi tării mai mari. Limita inferioară, foarte variabilă în funcţie de subiect, marchează absenta senzaţiei.

Urechea umană – şi a altor vieţuitoare – nu este capabilă să perceapă o oscilaţie singulară! De altfel este şi foarte puţin probabil ca o sursă sonoră obişnuită să "emită" un sunet care nu are o durată adică nu e făcut din o singură undă. Şi să adăugăm că orice sunet emis este însoţit/acompaniat de armonice şi de sunete secundare parazite. Puritatea unui sunet, în limbajul muzicienilor nu se referă la un sunet izolat ci la calitate "armonizării" lui cu armonice superioare (ca frecvenţe).

Din aceste spectre sonore pentru fizicieni, într-o anume distribuţie, rezultă câte un instrument de calitate. Un sunet ca să existe pentru noi trebuie să îndeplinească anumite condiţii, din care o parte sunt "tradiţionale" adică mai cunoscute, dar mai există şi altele. Deci, pe lângă:

Frecvenţă (sau înălţimea sunetului) şi domeniul de frecvenţe audibil,
Intensitate (sau tăria sunetului) sau mărimea ei asociată, presiunea sonoră (de fapt suprapresiunea produsă de sursa emitentă raportată la presiunea aerului în acel moment) şi **domeniul/intervalul** limitat inferior prin prag inferior de audibilitate, şi superior, – prag superior de audibilitate, pragul dureros,
Timbrul, altfel spus "compoziţia spectrală",
Mai intervine **durata** "sunetului" mai precis spus: durata minimă a pulsului sonor.

Ai putea să identifici şi alte moduri de obosire a "urechii" / auzului? Sau să detaliezi cele afirmate mai sus?

Noi nu percepem o undă ci un tren de unde care are o "lungime" minimă, de fapt o durată minimă sau un număr minim d e oscilaţii, de unde pentru a fi auzit. Acest număr minim depinde de tărie şi de frecvenţă dar şi de ascultător. Se spune, când ne referim la testări "audio","ascultător tânăr şi odihnit", deoarece urechea îşi pierde din performanţe cu vârsta (dar şi cu boala, oreionul fiind cunoscut că ar putea afecta auzul, - dar şi din motive genetice). Să remarcăm, acest: "şi odihnit", care ne sugerează că urechea oboseşte ascultând, în special programe cu tărie/intensitate mare, dar oboseala depinde şi de natura programului: zgomot sau muzică, muzică modernă sau muzică din repertoriul clasic, ş.a.m.d.
Necesitatea căştilor de protecţie pentru urechi la tir sau în atelierele zgomotoase, răspunde acestei nevoi de protecţie a urechii la oboseală, şi pe durată mai lungă de expunere la afecţiuni cronice ale auzului. Iar, "protezele auditive" sunt răspunsul tehnic la apariţia îmbătrânirii urechii, mai general pentru suplinirea deficienţelor de auz.

Să revenim la ideea "trenurilor de unde". Ceea ce este necesar urechii este un minim de energie care să parcurgă urechea. Orice aparat are nevoie de un minim de energie pentru a sesiza ceva măsurabil. Pulsuri foarte scurte vor trece nebăgate în seamă. Acest minim necesar, prag inferior de sensibilitate, îl regăsim la greutatea/masa minimă care mişcă acul unei balanţe – şi care depinde de model, de clasa de realizare. Sau, un voltmetru nu mişcă acul sub o anumită tensiune ori un ampermetru sub un anumit curent etc.

Poţi găsi alte exemple de situaţii asemănătoare?
Concluzia referitoare la prag este foarte importantă pentru înţelegerea multor fenomene fizice dar şi a numeroase fapte de viaţă. Poate fi acea picătură care "umple paharul" şi declanşează reacţii neobişnuite.

"Waţi muzicali, waţi sinus". Puterea sonoră, puterea acustică produsă de o sursă (un difuzor, mai multe difuzoare, o boxă) provine din transformarea energiei (puterii) electrice în vibraţii mecanice, în acest caz unde sonore. Randamentul acestei transformări este mic, şi depinde foarte mult de calitatea producătorului şi de pretenţiile ascultătorului. Un sunet "de calitate" va fi obţinut cu preţuri mai mari, şi cu randament electrico – acustic mic. Un randament 0,02 -0,07 adică 2% până spre 7% nu este neobişnuit de mic. Desigur există şi valori mai mari, dar de obicei se consideră numai ce ace sursa emite spre "în faţa" ei, într-un anume unghi (solid, spaţial), unghi în care se află în mod firesc auditoriul.

Pe anumite dispozitive acustice apar inscripţionări cum ar fi 2x300 W sau chiar 2x1200 W. Fără îndoială că 2x se referă la sistemul stereofonic, dar numărul de watt adăugat, ne duce cu gândul la puterea electrică a instalaţiilor şi nicidecum la performanţele acustice. Dar, dacă am considera că instalaţia poate absorbi de la reţea cei 2400 de watt, ar însemna un curent de cca. 11 amperi, curent care ar pune în dificultate multe siguranţe electrice din locuinţe. Un asemenea consum, o asemenea putere se întâlneşte doar la unele ceainice electrice moderne menite să încălzească apa în câteva zeci de secunde.

Observaţie. Unităţile de măsură a căror denumire provine de la personalităţi din fizică sau din alte domenii, se scriu, după cum se ştie, cu majusculă (literă mare) atunci când scriem simbolul (aici, W, watt, de la James Watt). Când menţionăm unitatea cu apelaţiune extinsă "watt", de pildă, "newton" etc., se scrie ca orice substantiv comun, cu literă mică.

De multe ori ne întrebăm dacă o audiţie în sala de spectacole este mai avantajoasă decât o audiţie realizată acasă. Din punctul de vedere al comodităţii audiţia acasă, realizată şi cu dispozitive moderne este, poate, mai avantajoasă. Din punct de vedere al implicării în atmosfera de spectacol fără îndoială, nu.

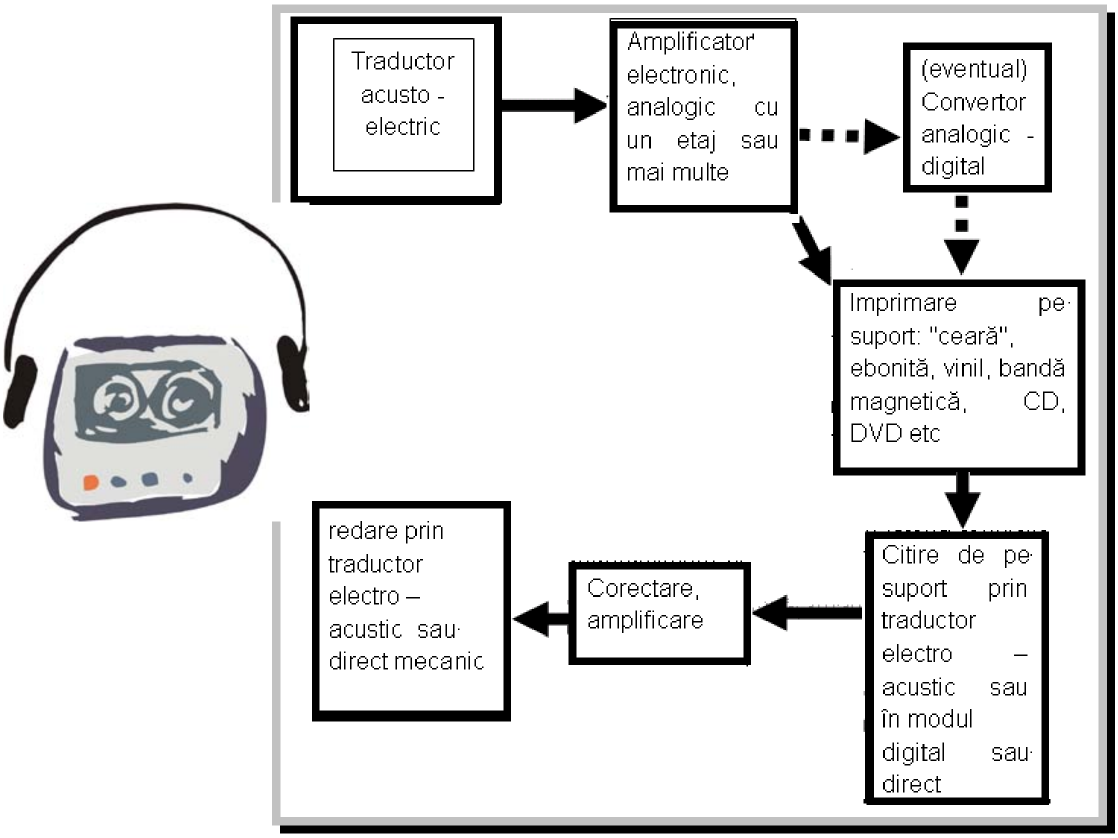
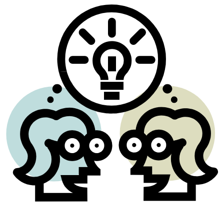


Figura 7.27

În Figura 7.27 este prezentat un lanţ, prescurtat, de înregistrare – redare, pe care îţi propunem să-l analizezi şi să tragi unele concluzii, în funcţie de factorii sau parametrii pe care doreşti să-i atingi în ascultare.
Înregistrările (sau preluările de sunet în vederea transmisiei directe – "live") încep prin "traducerea sunetelor" din oscilaţii mecanice ale aerului în semnale electrice. Dispozitivele care pot fi, de regulă, microfoanele, poartă o denumire globală de traductori acustico-electrici.
În istoria tehnicilor de înregistrare a sunetelor au existat preluări direct mecanice, pornind de la Fonograful lui Edison, şi alte realizări ulterioare, care transformau vibraţiile acustice în vibraţii ale unei lame (membrane) care prevăzută cu un ac (vârf) înţepa cu periodicitatea sunetului o placă de ceară şi "modela" o înregistrare. Redarea era strict mecanică, un "palpator" explorând înţepăturile făcute la înregistrare şi făcând să vibreze, acustic, o lamă (membrană) care mima actualele difuzoare.
Tehnicile ulterioare au introdus în lanţul de înregistrare – redare avantajele amplificării electronice, deoarece tăria sunetelor redate era foarte modestă. Iar uzura suprafeţelor înregistrate foarte rapidă. Prin preluarea semnalului electric, acesta poate fi amplificat, corectat, modificat (cu un egalizator, de pildă) adică trecut prin filtre care pot atenua anumite frecvenţe (anumite domenii de frecvenţe) şi în acest fel să asigure pentru redare un semnal mai puternic şi mai apropiat de sunetul original. Deoarece orice preluare, traducere, trădează sunetul original.

În sistemele mai moderne se preferă "stocarea" informaţiei în mod digital. În sistemele clasice, dar electronizate, "stocarea" informaţiei se face în mod analogic, adică aşa cum soseşte semnalul. Păstrarea sunetului se face pe un suport care a putut fi, succesiv, ceara, apoi replici mai dure, mai rezistente ale înregistrărilor pe "ceară", discurile din ebonită. Discurile din ebonită au fost înlocuite de discuri din "vinil" de regulă un polimer din familia PVC, iar acele de patefon, grosolane (palpatoarele), cu ace din safir sau alte materiale dure. Primele traductoare pentru redare erau, evident strict mecanice, ajutate de celebra pâlnie de gramofon, care era în esenţă un difuzor mecano – acustic. Primele traductoare de redare în lanţul electric, foloseau traducerea vibraţiilor mecanice prin mişcarea unei bobine şi într-un câmp magnetic, prin legea inducţiei a lui Faraday, primele doze magnetice, apăreau semnale electrice ce urmau a fi preluate de amplificarea electronică.



Aproape orice radio avea o cale care permitea conectarea unui pick-up şi mai târziu şi a unui magnetofon. Primele doze magnetice erau grele, apăsau pe placa de patefon şi prin frecare o uzau repede la numai câteva zeci de treceri, de audiţii. Ulterior au fost înlocuite cu "doze cristal", doze miniaturizate, care folosesc efectul piezoelectric. Este foarte instructiv ca pagină de istoria tehnologiilor, cele mai moderne doze de redare după discuri vinil sunt dozele magnetice miniaturizate de cca. 100 de ori mai sensibile şi mai ales mai fidele, mai performante.

Toate aceste variante de înregistrare au fost suplinite în paralel de înregistrarea magnetică. Pe un suport flexibil, o bandă, o panglică, se depune "echivalentul unei pilituri de fier", şi se trece prin faţa unui electromagnet alimentat de curentul de la preluarea înregistrării (capul de înregistrare). Magnetizarea porţiunilor succesive trecute prin faţa electromagnetului, se modelează după semnalul electric la rândul lui modelat după semnalul sonor iniţial. La redare, deplasarea acestor magneţi în faţa unei bobine (capul de redare), produce prin inducţie semnal electric care poate fi amplificat etc.

Dar indiferent de modul analogic sau digital, remarcăm că începutul şi sfârşitul este analogic.

Revenind la întrebarea (dezbaterea) iniţială, care audiţie este mai avantajoasă, să subliniem că o preluare care se face cu un microfon sau chiar cu 10 microfoane, transformă pachetul de sunete provenit de la un ansamblu de 30 - 100 de muzicieni în cele câteva semnale electrice. Acestea la rândul lor, trecute pe suport magnetic, vinil sau digital, nu pot păstra multitudinea de sunete şi armonice, provenite de la orchestră, câteva mii sau zeci de mii, decât sub forma unor suprapuneri

care la redare pot cel mult simula ceva mai mult sau mai puţin apropiat de sunetul primar.

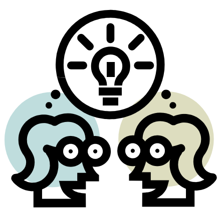
La rândul lor, chiar difuzoarele nu fac decât să "citească" acest semnal de suprapuneri într-o singură vibraţie, dar nicidecum cele câteva mii de armonice. Noroc cu urechea care având "unele defecte" este "păcălită" şi crede că participă la adevărata audiţie. Aceste consideraţii ne învaţă, pe de o parte că nu trebuie căutată perfecţiunea – a unei realizări tehnice, în aceste exemple – ci că realizarea trebuie corelată cu performanţele adresantului. Iar pe de altă parte, că aceste performanţe ţin şi de cultură şi de educaţie – un ascultător educat va remarca mai uşor defecţiuni sau imperfecţiuni în lanţul audio.

Într-o sală de concerte, s-ar putea ca spectatorii aflaţi pe locurile mai depărtate de scenă să "asculte" un program puţin diferit faţă de spectatorii aflaţi pe locurile mai apropiate de scenă. Într-adevăr, deoarece sunetele se atenuează cu distanţa pe parcursul propagării, unele componente mai slabe ca tărie ("pianissimo") se pot atenua într-atât încât intensitatea lor să coboare sub pragul minim de audibilitate. Deoarece acest prag minim depinde de frecvenţa sunetelor, dar şi pentru că atenuarea datorată propagării depinde de asemenea de frecvenţa sunetelor – sunetele joase, de frecvenţă mai mică, deci de energie mai mică, se atenuează mai mult, unele componente dispar în timp ce altele rămân dar cu alte intensităţi.

Aceasta revine la o altă compoziţie spectrală a programului sunetelor emise, (o altă distribuţie a armonicelor), faţă de ceea ce percepe (aude) un ascultător aflat mai în faţă. O supraamplificare, cum se practică la programele realizate în spaţii mari, poate suplini acest neajuns.

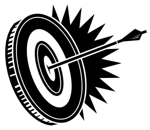
Există experienţe care dovedesc că unele infrasunete pot fi dăunătoare persoanelor care le suportă. Dincolo de unele legende, este demonstrat că infrasunetele din jurul frecvenţei de 13 Hz, pot fi foarte dăunătoare la intensităţi mari sau la expuneri prelungite.

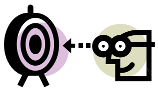
Frecvenţa de 13 Hz corespunde (780 rotaţii / minut) cu turaţia la ralanti a unor motoare termice (de maşină), sau cu vibraţiile provenite de la unele motoare electrice asincrone.



7.13.3. Testul de autoevaluare 7.2

Răspunde la întrebările testului de mai jos





Pentru itemii 1-5 alege răspunsul corect :

1. Ce este o undă elastică?

2.Ce sunt undele staţionare?

3.Ce sunt sunetele?

4. Care este lungimea de undă a unor sunete aflate la limitele audibilităţii? Dar a unui sunet de 500Hz din „mijlocul" domeniului audibilităţii?Viteza sunetului este de 340m/s.

5.Elongaţia unei unde care se deplasează în direcţia pozitivă a axei Ox este dată de $D(x,t)=(3{,}5cm)\sin(2{,}7x-124t)$ cu x în m şi t în s. Care sunt: frecvenţa, lungimea de undă şi viteza de propagare a undei.

Răspunsurile la întrebările testului le găseşti la pagina 212

7.14. Răspunsuri la testele de autoevaluare

Dacă n-ai ales răspunsurile corecte, ar trebui să reciteşti paragrafele 7.1 – 7.7

Răspunsuri la Testul de autoevaluare 7.1

1. Amplitudinea este elongaţia/depărtarea maximă, pe traiectorie, de la poziţia de echilibru.
2. Durata unei oscilaţii complete, adică dus şi întors până în poziţia de echilibru se numeşte perioadă.
3. $\sqrt{2}s$;Perioada pendulului elastic este $2\pi\sqrt{m/k}$
4. *2s*(neschimbată); $2\sqrt{2}s$. Perioada pendulului simplu este $2\pi\sqrt{m/k}$
5. Acceleraţia maxim(din capătul cursei) trebuie să imprime o forţă de inerţie egală cu forţa de frecare. $A\cdot\omega^2\cdot m = m\cdot\mu\cdot g$; $\mu = 0{,}17$

Dacă n-ai ales răspunsurile corecte, ar trebui să reciteşti paragrafele 7.8 – 7.12

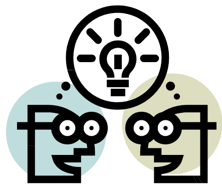
Răspunsuri la Testul de autoevaluare 7. 2

1.Oscilaţia care se propagă în mediu de la particulă la particulă datorită interacţiunilor elastice dintre acestea
2.Suprapunerea undei incidente cu unda reflectată pe aceeaşi direcţie care generează în spaţiu oscilaţii cu amplitudine constantă în timp.
3.Undele sonore sunt unde mecanice care se propagă în medii elastice.
4.Domeniul audibilităţii se întinde de la 20Hz la 20kHz.Pentru frecvenţa minimă, $\lambda_{max} = c/\nu_{minim} = 17m$, pentru frecvenţa maximă $\lambda_{min} = c/\nu_{max} = 1{,}7cm$. Pentru valoarea medie, $\lambda = 0{,}69m$
5. Elongaţia se scrie $D(x) = 0{,}032\cos(124t - 2{,}7x + \pi/2)$ şi deci $\omega = 124; \dfrac{2\pi}{\lambda} = 2{,}7$. Frecvenţa este de 19,7Hz, perioada este 0,05s, lungimea de undă este 2,3m şi viteza de propagare este de 46ms^{-1}.

7.15. Termeni şi expresii cheie. Formule cheie

Termeni şi expresii cheie

- Mişcare armonică simplă, o oscilaţie sinusoidală cu perioada T şi amplitudinea constantă A
- Forţa de revenire, proporţională cu distanţa faţă de poziţia de echilibru şi îndreptată către centrul mişcării
- Pendul gravitaţional, pendul elastic
- Oscilaţii forţate şi oscilaţii amortizate
- Rezonanţa
- Compunerea oscilaţiilor, fazori
- Unde elastice. Unde transversale şi unde longitudinale
- Interferenţa undelor
- Dispersie
- Amortizarea undei
- Unda sonoră
- Coarde sonore, tuburi sonore
- Caracteristici ale sunetelor



Formule cheie

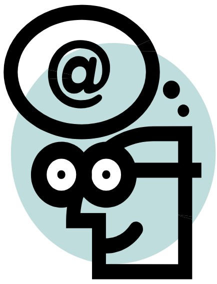
- Frecvenţa, inversul perioadei $\nu = 1/T$
- Pulsaţia (frecvenţa unghiulară) $\omega = 2\pi \cdot \nu$
- Poziţia $x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$
- Viteza $\dot{x}(t) = v(t) = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$
- Acceleraţie $\ddot{x}(t) = a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$
- Ecuaţia de oscilator $\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega^2 x = 0$
- Amplitudinea oscilaţiei atenuate $x(t) = A \cdot e^{-\frac{\gamma \cdot}{2}t} \cos(\omega \cdot t + \varphi)$
- Perioada pendulului gravitaţional $T = 2\pi\sqrt{l/g}$
- Perioada pendulului elastic $T = 2\pi\sqrt{m/k}$
- Viteza undei transversale $v = \sqrt{T_m / \mu}$
- Ecuaţia undelor $\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \Delta f$
- Nivelul intensităţii sonore $L_{(i)} = 10 \lg \frac{I}{I_0}$

7.16. Bibliografie

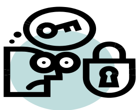
1. A. P. Hristev, Curs de Mecanică Fizică şi Acustică, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1981 (paginaţia corespunde ediţiei a II-a), pag. 210-214, 310-313

2. A. P. Hristev, V. Fălie, D. Manda, Fizica, Manual pentru clasa a IX-a, Ed. Pedagogică, Bucureşti, 1979, 1981, 1984, pag. 35-37, 51-52, 255-302

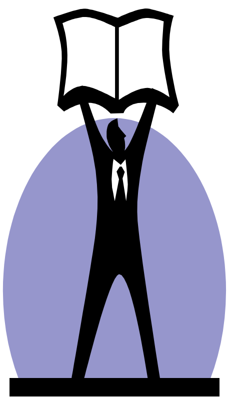
7.17. Lucrare de verificare 7



Rezolvă problemele de mai jos.
Fiecare din aceste probleme îşi are răspuns în materialul expus în această **Unitate de învăţare**. Pentru detalii suplimentare sau lămuriri, consultă **Bibliografia** sau contactează autorii la adresa de e-mail oferită în **Introducere**. Răspunsurile corecte la această lucrare nu trebuie să depăşească două pagini A4.
Trimite tutorelui soluţiile pe care le consideri corecte.



1.Descrie unele dintre cauzele care pot duce la neperceperea unui sunet. (1 punct)
2. Care sunt diferitele tipuri de propagare de unde pe care le poţi descrie? (1 punct)
3.Ce ar putea fi o auto oscilaţie; exemplifică. (1 punct)
4.Un corp este atârnat de două resorturi legate în serie, de constante elastice k_1=1,0N/cm, k_2=2,0N/cm. Care este raportul energiilor potenţiale ale resorturilor ?
5. Împlineşte cerinţele lucrării practice din 7.62. Descrie într-un protocol măsurările făcute şi prezintă rezultatele obţinute. (3 puncte)
6.O undă sonoră de 100 Hz se propagă cu 340m. Care este diferenţa de fază a oscilaţiilor pentru două puncte aflate la 60 cm unul de altul pe direcţia de propagare a sunetului (1 punct)



7. Un difuzor aflat în originea axelor de coordonate emite unde sonore într-o zi în care viteza sunetului este de 340m-s. Doi ascultători aflaţi în poziţiile (0m,40m) şi respectiv (30m,0m) aud simultan un maxim sonor. Care sunt cele două cele mai joase frecvenţe pe care sunetul emis de difuzor le poate conţine? (2 puncte)

din oficiu, (1 punct)
Total (10 puncte)

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII, FAMILIEI ŞI PROTECŢIEI SOCIALE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU 2007-2013

Instrumente Structurale
2007-2013

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI
OIPOSDRU

MINISTERUL EDUCAŢIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI
UMPFE

Proiect cofinanţat din Fondul Social European prin Programul Operaţional Sectorial Dezvoltarea Resurselor Umane 2007-2013
Investeşte în oameni!

Formarea profesională a cadrelor didactice din învăţământul preuniversitar pentru noi oportunităţi de dezvoltare în carieră

MERGI MAI DEPARTE ...

O NOUĂ SPECIALIZARE, ŞANSA TA!

Unitatea de Management al Proiectelor cu Finanţare Externă

Str. Spiru Haret nr. 12, Etaj 2,
Sector 1, Cod poştal 010176,
Bucureşti

Tel: 021 305 59 99
Fax: 021 305 59 89

http://conversii.pmu.ro
e-mail: conversii@pmu.ro

ISBN 973-0-04252-7